



**RESTITUZIONE DIDATTICA
DELLE PROVE PQM DI
MATEMATICA
SOMMINISTRATE IL 18 OTTOBRE 2010
REGIONI PQM CENTRO-NORD**

Gruppo PQM del Piemonte

Supervisione professor:

Giorgio Bolondi

Coordinamento del gruppo dirigente tecnico:

Alessandro Militerno

Gruppo di lavoro professori:

Emilia Bulgarelli

Liliana Penazzi

Alessandro Perri

Restituzione didattica dei dati della prova PQM -di Matematica svoltasi all'inizio anno scolastico 2010/2011

Premessa

Il lavoro che viene presentato si propone di offrire agli insegnanti delle scuole del Centro-Nord che hanno partecipato al progetto PQM, un contributo all'effettuazione dell'esame dei risultati che gli alunni delle scuole del Progetto Qualità e Merito hanno ottenuto.

Il lavoro che offriamo ai colleghi, basato sullo studio delle percentuali medie delle risposte giuste fornite ai singoli quesiti nel confronto con le percentuali riportate dai singoli distrattori, può essere utile per meglio comprendere: eventuali misconcetti di apprendimento in cui gli studenti incorrono, eventuali punti deboli del nostro modo di presentare la matematica agli studenti, eventuali concetti che più di altri necessitano di essere ripresi ed approfonditi.

Gli insegnanti, paragonando i risultati delle proprie classi a quelli complessivi, attraverso la produzione di grafici a colonna come quelli da noi usati, potranno trarre spunto anche per sviluppare strategie di intervento "innovative" nel complesso intrecciarsi ed evolversi dei concetti che il rapporto insegnamento/apprendimento richiede.

La **media** delle risposte relative alle classi delle **scuole PQM Centro Nord** risulta essere pari a **58,5**, nel caso si considerino le domande 22 e 25 (quesiti V/F) in forma **non aggregata** e scende al **55,7** considerando le stesse in forma **aggregata**.

Si ringraziano i Dirigenti dell'INVALSI che hanno fornito al nostro gruppo di lavoro piemontese i dati statistici necessari all'effettuazione della presente analisi

La restituzione dei risultati delle prove viene effettuata attraverso tre fasi di analisi per ogni singola domanda.

1. Analisi dell'item

Viene presentato il testo dell'item con accanto una sua lettura basata sui seguenti criteri: ambito disciplinare specifico, prestazione richiesta, livello di competenza¹, tipo di quesito, contesto, oggetti di valutazione.

2. Analisi dei risultati

Viene presentato un grafico a barre che rappresenta, espresse in percentuale, rispettivamente:

la risposta corretta, con il colore verde;

i distrattori, con il colore rosso;

le risposte non valide e quelle mancanti con strisce di altro colore.

3. Commento

Vengono commentati sia la formulazione del testo, sia i risultati. Si cerca di evidenziare le risposte scorrette, ipotizzando un primo tentativo di interpretazione delle difficoltà che possono aver incontrato gli alunni.

Si presentano, qui di seguito, alcune classificazioni dei quesiti, che costituiscono la prova, in base a criteri diversi al fine di facilitare l'analisi e la riflessione sui risultati.

Classificazione dei quesiti in base agli ambiti disciplinari specifici:

Ambiti specifici	Numero di item
NUMERO	6 D1; D2; D11; D13; D19; 27
MISURA, DATI E PREVISIONI	9 D4; D5; D9; D10; D12; D16; D18; D20; D21
SPAZIO E FIGURE	4 D8; D17; D25; D26
RELAZIONI E FUNZIONI	8 D3; D6; D7; D14; D15; D22; D23; D24
Totale	27

Nota: Non si tratta di una rigida classificazione degli item negli ambiti specifici della matematica, in quanto alcuni item possono essere riferiti a più ambiti, come ad esempio l'item D14 (Misura e Relazioni). Si è proceduto ad inserire questi item nell'ambito, che a nostro avviso, risulta prevalente.

Classificazione dei quesiti in base ai livelli di competenza:

I SEGUENTI LIVELLI DI COMPETENZA FANNO RIFERIMENTO A Direction de l'Évaluation et de la Prospective (DEP) 1992 Évaluation CE2-6ème:

1. APPLICARE UNA TECNICA 2. UTILIZZARE UNA CONOSCENZA 3. RICEVERE ED INTERPRETARE UN'INFORMAZIONE 4. ANALIZZARE UNA SITUAZIONE PROBLEMA E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO 5. DARE UN SENSO AD UN RISULTATO O REDIGERE UNA GIUSTIFICAZIONE

Livelli di competenza	Numero di item
1. APPLICARE UNA TECNICA	0
2. UTILIZZARE UNA CONOSCENZA	5 D1; D7; D13; D17; D25
3. RICEVERE ED INTERPRETARE UN'INFORMAZIONE	9 D9; D10; D11; D14; D16; D18; D21; D22; D27
4. ANALIZZARE UNA SITUAZIONE PROBLEMA E ORGANIZZARE UN PROCEDIMENTO RISOLUTIVO	10 D2; D3; D4; D5; D6; D8; D20; D23; D24; D26
5. DARE UN SENSO AD UN RISULTATO O REDIGERE UNA GIUSTIFICAZIONE	3 D12; D15; D19

Classificazione dei quesiti in base alla tipologia dei quesiti:

Tipo di quesito	Numero di item
SCelta MULTIPLA	23 D1; D2; D3; D4; D5; D6; D7; D8; D11; D12; D13; D14; D15; D16; D17; D18; D19; D20; D21; D34; D24; D26; D27
RISPOSTA OBBLIGATA	2 D9; D10
VERO-FALSO	2 D22; D25





17 item (63%) fanno riferimento a **contesti legati alla quotidianità** (compravendita, giochi, ricette, ...).

10 item (37%) si riferiscono a **contesti interni alla matematica** stessa (numeri, figure, misure, ...), che nell'analisi degli item sono definiti **intramatematici**.

**Restituzione didattica dei dati della prova PQM -di Matematica svoltasi
all'inizio anno scolastico 2010/2011
ANALISI DEI SINGOLI ITEM**

1-Analisi dell'item D1

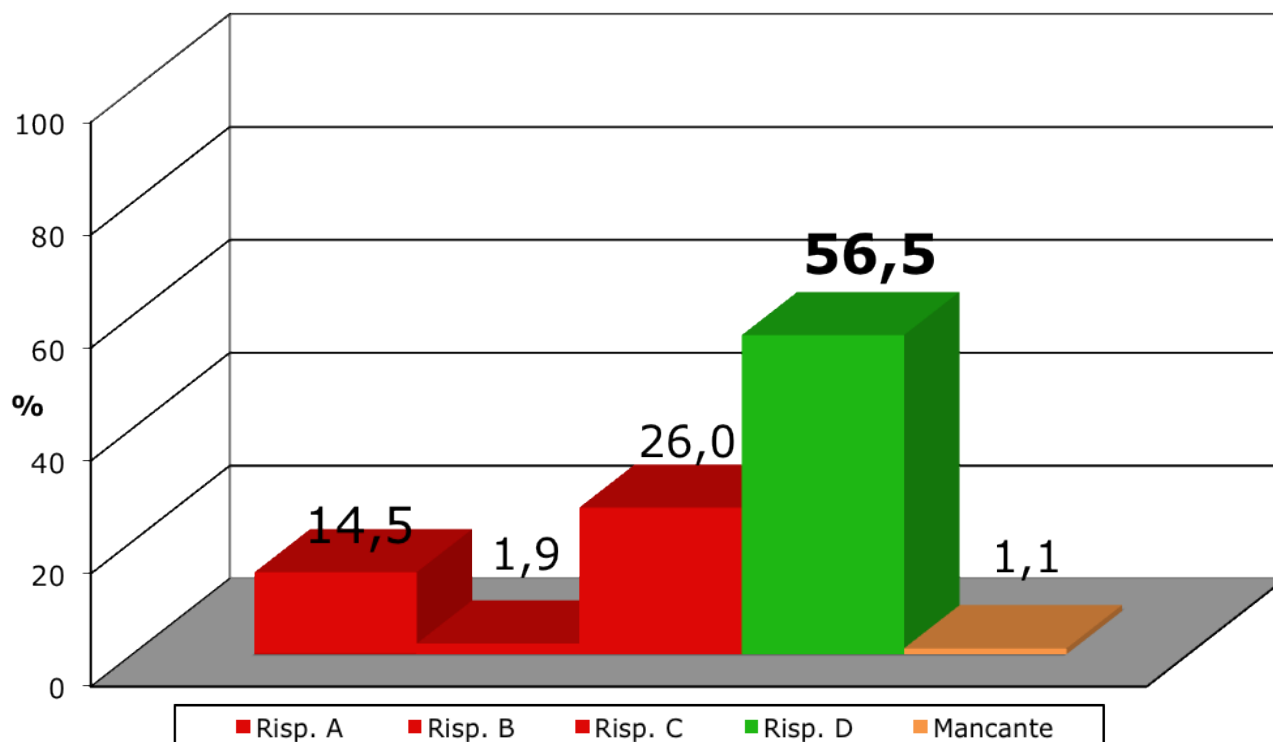
D1. Quale frazione è uguale al numero 10,645?

-  A. $\frac{10645}{10}$
-  B. $\frac{10645}{50}$
-  C. $\frac{10645}{100}$
-  D. $\frac{10645}{1000}$

Ambito disciplinare Numero
Prestazione richiesta Passare da un numero decimale alla frazione corrispondente
Livello di competenza Utilizzare una conoscenza (liv.2)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Intra-matematico
Oggetti di valutazione Numeri decimali espressi con diverse scritture

2. Analisi dei risultati D1

Domanda 1



3-Commento D1

La domanda, facilmente comprensibile per gli allievi, richiede la sola applicazione della regola che consente di trasformare un numero decimale finito nella equivalente frazione decimale.

L'esercizio, in sé piuttosto semplice, fa parte di una normale pratica didattica consolidata nella scuola primaria. In ogni caso, la percentuale di risposte corrette di poco inferiore al 60%, rileva che la competenza rispetto a tale conoscenza non è generalizzata rispetto al totale degli allievi.

Va comunque rilevato che circa il 97% degli allievi ha scelto una frazione con al denominatore una potenza di 10.

Il fatto che un alunno su quattro abbia scelto il distrattore C, che maggiormente si avvicina alla risposta esatta, forse può essere attribuito ad una scelta frettolosa della risposta.

1. Analisi dell'item D2

D2. Un fornaio prepara 18 vassoi con 25 pizzette ciascuno. Se a fine giornata rimangono 20 pizzette, quante ne sono state vendute? Indica tra le seguenti espressioni quella che risolve il problema.

A. $(20-18) \times 25$

B. $25 + 18 - 20$

C. $(25-20) \times 18$

D. $25 \times 18 - 20$



Non valida

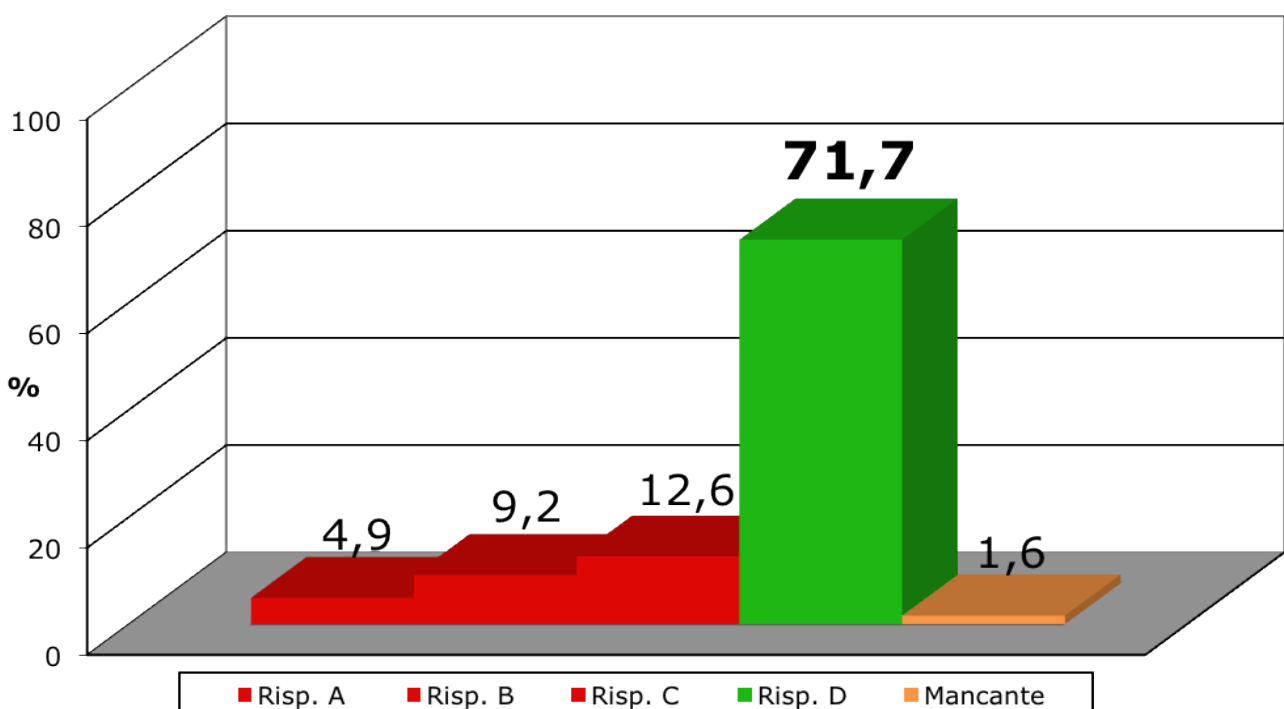


Mancante

Ambito disciplinare
Numero
Prestazione richiesta
Risolvere un problema moltiplicativo diretto e additivo inverso con un'espressione aritmetica
Livello di competenza
Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito
A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto
Vita reale: compravendita
Oggetti di valutazione
Operazioni aritmetiche con numeri interi per risolvere un problema

2. Analisi dei risultati D2

Domanda 2



3. Commento D2

La formulazione della domanda segue l'ordine delle operazioni da compiere per individuare la soluzione corretta. Ciò può aver facilitato gli allievi nell'individuazione dell'espressione aritmetica che risolve il problema.

←

Si può ipotizzare che una diversa formulazione del testo del problema, avrebbe registrato un numero minore di risposte corrette: "A fine giornata un fornaio vuole sapere quante pizzette sono state vendute. Sono rimaste 20 pizzette. Al mattino il fornaio aveva riempito 18 vassoi con 25 pizzette ciascuno."

←

In questo caso all'allievo non è richiesto soltanto di riconoscere la successione delle operazioni necessarie alla soluzione del problema, ma soprattutto la capacità di tradurre in una procedura aritmetica corretta una successione di operazioni che si succedono nel tempo in un ordine "capovolto" (Le 20 pizzette sono il primo dato del problema, ma sono da togliere alla fine).

Soddisfacente risulta la percentuale (71,7%) delle risposte corrette.

Il fatto che circa tre allievi su dieci non sia stato in grado di effettuare la scelta corretta ci segnala anche alcuni gravi errori, soprattutto in chi ha scelto i distrattori A e B; nel primo, come nel secondo caso, esegue una sottrazione tra elementi non omogenei (vassoi e pizzette).

Il distrattore C, evidenzia comunque un grave ragionamento scorretto, anche se si sottraggono elementi omogenei fra loro.

1. Analisi dell'item D3

D3. Monica e Mario misurano a passi la lunghezza della loro aula. Monica conta 24 passi e Mario ne conta 18. Mantenendo ognuno lo stesso passo, misurano poi il corridoio e Mario conta 27 passi. Quanti passi conterà Monica?

A. 27

B. 30

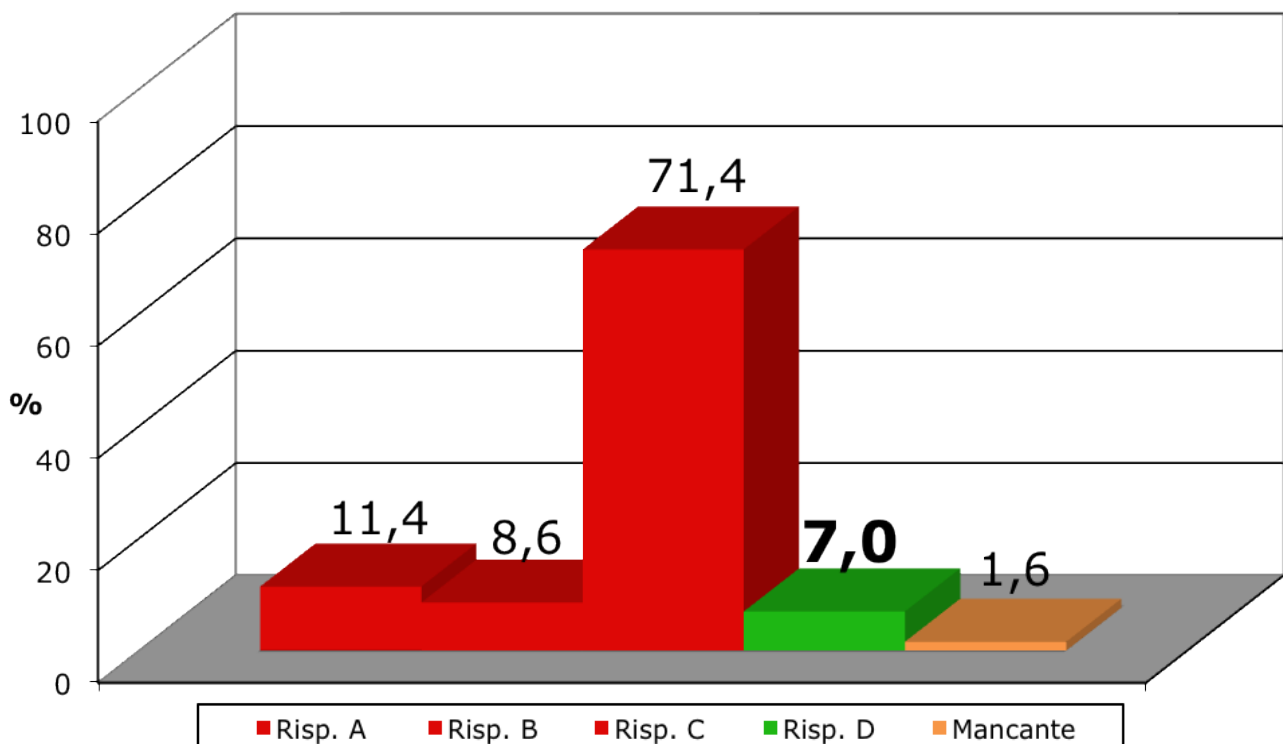
C. 33

D. 36

Ambito disciplinare Relazioni e funzioni / Misura
Prestazione richiesta Risolvere un problema che richiede il calcolo di un rapporto tra grandezze
Livello di competenza Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Grandezze inversamente proporzionali

2. Analisi dei risultati D3

Domanda 3



3. Commento D3

Il quesito, corretto nella formulazione, richiama un'esperienza comune, come quella di misurare distanze servendosi della lunghezza del passo e presenta alcune difficoltà. Infatti per la soluzione del problema l'allievo deve ricavare il rapporto tra i passi di Monica e di Mario, semplificando la relativa frazione, per poi moltiplicarlo per 27. L'allievo per giungere a tale sequenza di operazioni deve aver compreso che il rapporto tra i passi di Monica e di Mario è costante: "mantenendo ognuno lo stesso passo".

La percentuale oltremodo modesta di risposte esatte (7%) testimonia un elevato indice di difficoltà per gli allievi giunti, alla secondaria di primo grado.

←

Questo probabilmente discende dal fatto che nella normale pratica didattica quesiti di questo tipo vengono proposti agli allievi solo dopo lo studio delle proporzioni e dei relativi problemi del tre semplice, argomenti che non sono generalmente affrontati nella scuola primaria.

←

Le conoscenze e le capacità, implicati nel quesito, non sono patrimonio degli alunni della scuola primaria.

←

Probabilmente molti allievi hanno operato la scelta tra le possibili risposte procedendo con ragionamenti empirici, non sostenuti da calcoli, che li hanno portati a scartare sia il distrattore A, perchè avrebbe reso uguale la lunghezza dei passi di Monica e di Mario; sia B, in quanto propone una differenza troppo "piccola" per essere vera, tra i passi (27 e 30); e a scegliere, con alta elevata percentuale (71,4%), il distrattore C che è parso loro quello maggiormente plausibile.


Agli insegnanti potrebbe risultare utile intervistare gli alunni per far esplicitare le strategie, le procedure, gli eventuali ragionamenti non efficaci messi in atto.


1 Analisi dell'item D4


D4. In una classe viene svolta un'indagine sul numero di fratelli e sorelle che ciascun alunno ha. La tabella che segue riporta i risultati ottenuti, ma mancano due dati.

Numero Fratelli/sorelle	Alunni
0	5
●	10
2	▲
3	2
più di 3	0
Totale	21

Quali numeri vanno al posto del triangolo e del cerchio?

 A. ● = 1, ▲ = 4

 B. ● = 4, ▲ = 1

 C. ● = 1, ▲ = 3

 D. Non si può sapere



Non valida

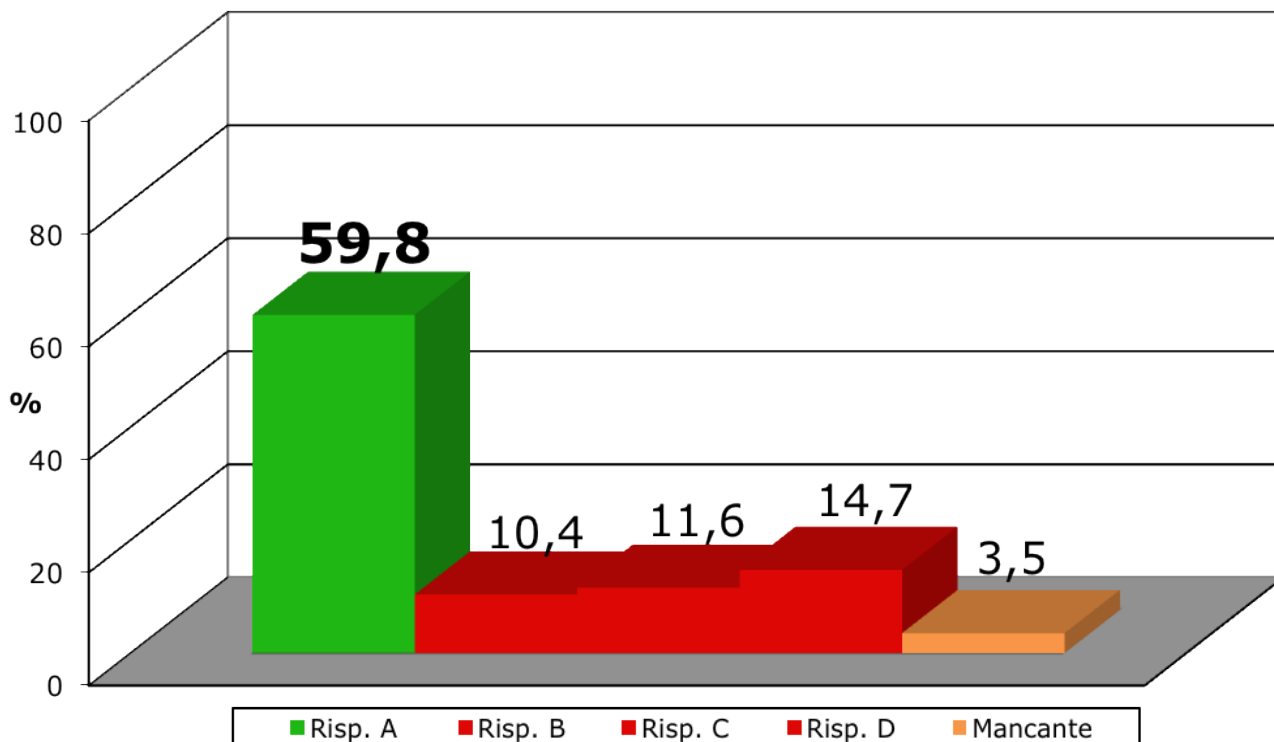


Mancante

Ambito disciplinare Misura, Dati e Previsioni
Prestazione richiesta Leggere e completare una tabella con dati mancanti, da ricavare dai dati presenti in tabella. Risolvere un problema additivo inverso
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv.3) Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Raccolta di dati in tabella

2. Analisi dei risultati D4

Domanda 4



3. Commento D4

La formulazione del quesito è costituita da un testo misto, non continuo, che presenta la combinazione di testo e di tabelle con simboli grafici (pallino e triangolo).

All'allievo è richiesto di fornire una coppia di numeri che attengono alle due colonne della tabella. Di tale coppia di numeri, il secondo si ottiene attraverso un calcolo (differenza tra il numero degli alunni della classe e il numero degli alunni di cui sono riportati i valori in tabella), mentre il primo si ottiene riconoscendo che i valori della prima colonna rappresentano una successione ordinata crescente di numeri interi, di cui il pallino indica l'unità.

Nella richiesta, posta prima dell'elenco delle risposte, si chiede di individuare il valore del triangolo e del cerchio, quando nelle risposte, poste subito sotto, viene prima indicato il valore del cerchio e poi quello del triangolo. Ciò potrebbe confondere gli alunni nell'individuazione della risposta corretta (1 e 4) a favore del distrattore B (4 e 1).

Anche se quasi il 60% degli allievi ha risposto correttamente alla domanda, desta preoccupazione il fatto che quattro studenti su dieci non siano stati in grado di comprendere che l'unica soluzione accettabile, soddisfacente il valore del triangolo fosse la A, ottenibile eseguendo correttamente le operazioni.

La percentuale del 14,7% del distrattore D "non si può fare" forse discende dal fatto che gli allievi non hanno saputo interpretare gli elementi della prima colonna ove compaiono le parole "più di tre" e soprattutto "Totale" che gli alunni hanno forse associato ad un numero sconosciuto.

Sarebbe utile agli insegnanti richiedere, attraverso quale ragionamento, gli allievi sono pervenuti alla risposta C (forse perchè all'uno del pallino è associato il "più di tre" ?)

1. Analisi dell'item D5

D5. Per preparare la marmellata occorre 1,5 kg di zucchero ma nel barattolo ce ne sono solo 200 g . Quanti grammi di zucchero mancano?

A. 1,300

B. 198,5

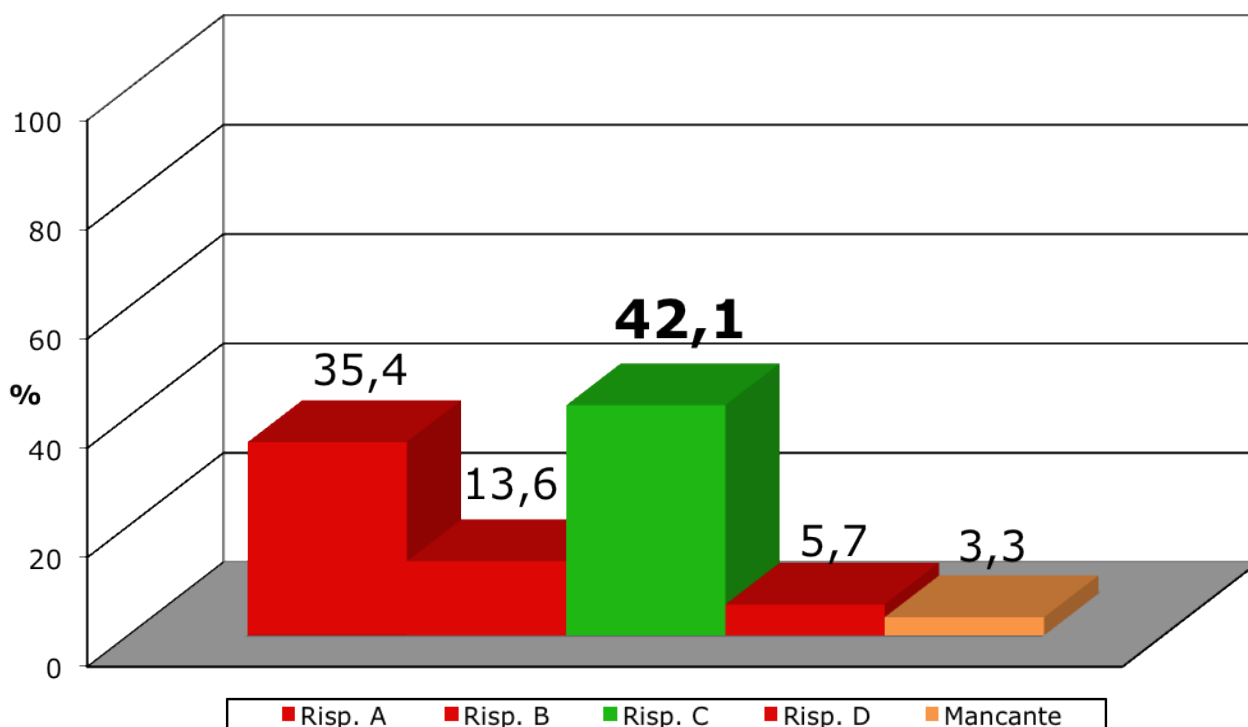
C. 1300

D. 1700

Ambito disciplinare Misura
Prestazione richiesta Operare con le misure: risolvere un problema additivo inverso, dopo aver trasformato un dato del problema da kg a g
Livello di competenza Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Vita reale: ricette
Oggetti di valutazione Misure di grandezze: passaggio da un'unità di misura ad un'altra in un problema

2. Analisi dei risultati D5

Domanda 5



3. Commento D5

Il quesito è formulato in modo chiaro.² La soluzione implica saper eseguire l'equivalenze tra *chilogrammi* e grammi (peraltro l'equivalenza è suggerita dal testo che richiede di esprimere la risposta in grammi) per poi eseguire la sottrazione, operazione anche questa connaturata e suggerita dalla presenza del termine "mancano".

Circa sei allievi su dieci (57,9%) non hanno saputo risolvere tale esercizio. Il 35,4% degli studenti, ha scelto il distrattore A. probabilmente perché il numero 1,300 potrebbe essere la corretta soluzione per coloro che hanno considerato la quantità di zucchero espressa in kg. E non in grammi come richiesto.

Questa risposta errata potrebbe derivare da una lettura superficiale da parte degli allievi; oppure da un' errata consapevolezza che nel sistema di misurazione i numeri abbiano un valore assoluto, come nel sistema di numerazione, e che invece il loro valore non sia relativo all'unità di misura espressa.

In questo caso la lacuna da colmare è urgente ed esige un intervento didattico complesso che vada a sviluppare il senso del numero e l'importanza dell'unità di misura nel sistema di misurazione.

Anche per il distrattore B (198,5), che si ricava per differenza dai numeri presenti nel quesito, potrebbe essere valida la stessa interpretazione dell'errore che è stata data per il distrattore A. Anche qui, infatti, si potrebbe evidenziare l'erronea consapevolezza degli allievi, che hanno compreso che per risolvere il problema occorreva eseguire una sottrazione ed hanno pertanto sottratto il numero più piccolo dal più grande (200-1,5), senza considerare le diverse unità di misura. Si sottolinea, peraltro, che nelle risposte non sono indicate le unità di misura.

² 2- Le risposte sono costituite da numeri non accompagnati dalle unità di misura. Ciò può confondere gli alunni nella scelta della risposta corretta, oltre ad offrire un esempio da non seguire: quello di esprimere delle misure senza l'unità di misura.

1 -Analisi dell'item D6

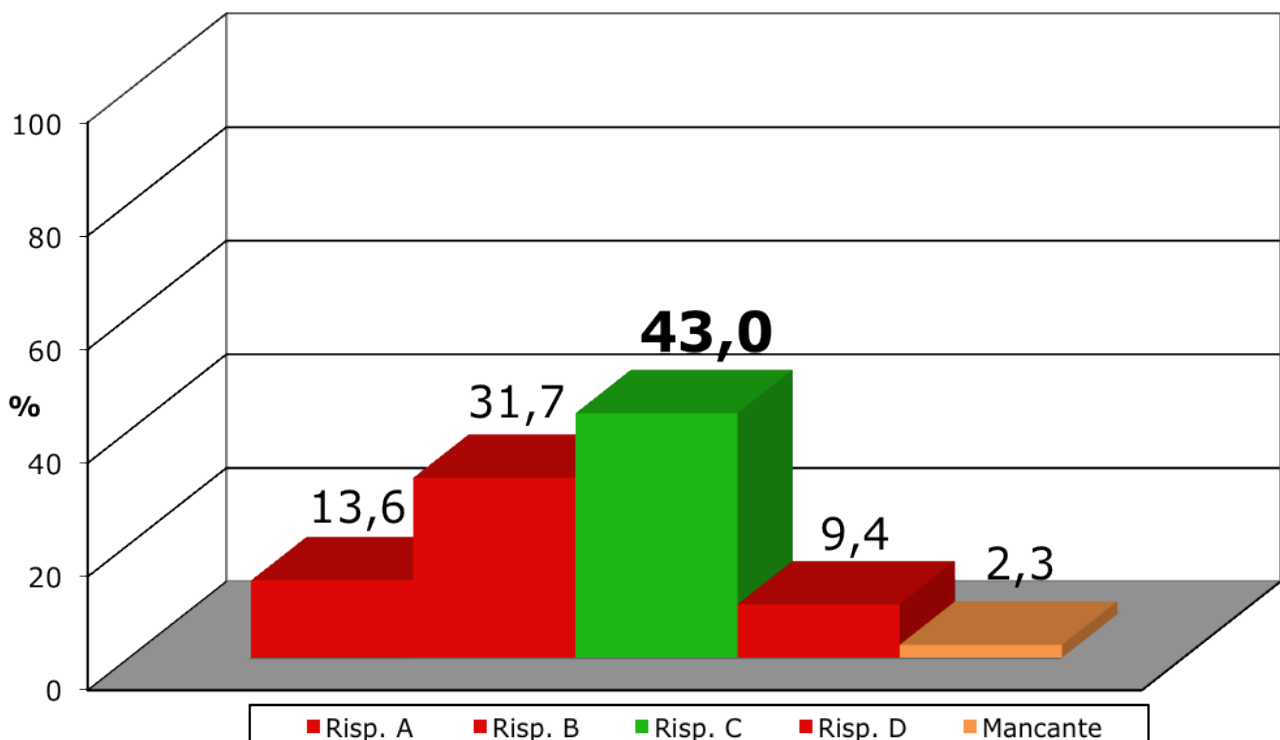
D6. Per fare una crostata per 8 persone occorrono, tra gli altri ingredienti, 240 grammi di farina e 160 grammi di burro. Se impasto 300 grammi di farina e 200 grammi di burro, per quante persone sarà la crostata?

- A. 16 persone
- B. 12 persone
- C. 10 persone
- D. Non si può dire

Ambito disciplinare
Relazioni e funzioni /Misura
Prestazione richiesta
Operare con misure direttamente proporzionali: risolvere un problema moltiplicativo inverso
Livello di competenza
Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito
A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto
Vita reale: ricette
Oggetti di valutazione
Rapporti tra grandezze di proporzionalità diretta

2-Analisi dei risultati D6

Domanda 6



3. Commento D6

←

← Il quesito è formulato in modo chiaro, riporta una indicazione non utile alla soluzione del problema "tra gli altri ingredienti", ma che ben contestualizza la situazione.

← Questo quesito, al pari del precedente D3, implica il concetto di costanza del rapporto tra grandezze direttamente proporzionali.

←

← Si riporta quanto detto in precedenza: "nella normale pratica didattica, quesiti di questo tipo vengono proposti agli allievi solo dopo lo studio delle proporzioni e dei relativi problemi del tre semplice".

← Il distrattore A con il 13,6% di scelte evidenzia un aspetto di difficile interpretazione in quanto non pare esserci una scelta ragionata.

← La scelta del distrattore B (circa 32%) può essere riferibile ad una soluzione effettuata "a stima" in quanto nell'ordine delle domande il distrattore B è il primo plausibile che gli allievi hanno incontrato.

1. Analisi dell'item D7

←

D7. In quale dei seguenti schemi la relazione indicata dalle frecce è corretta?

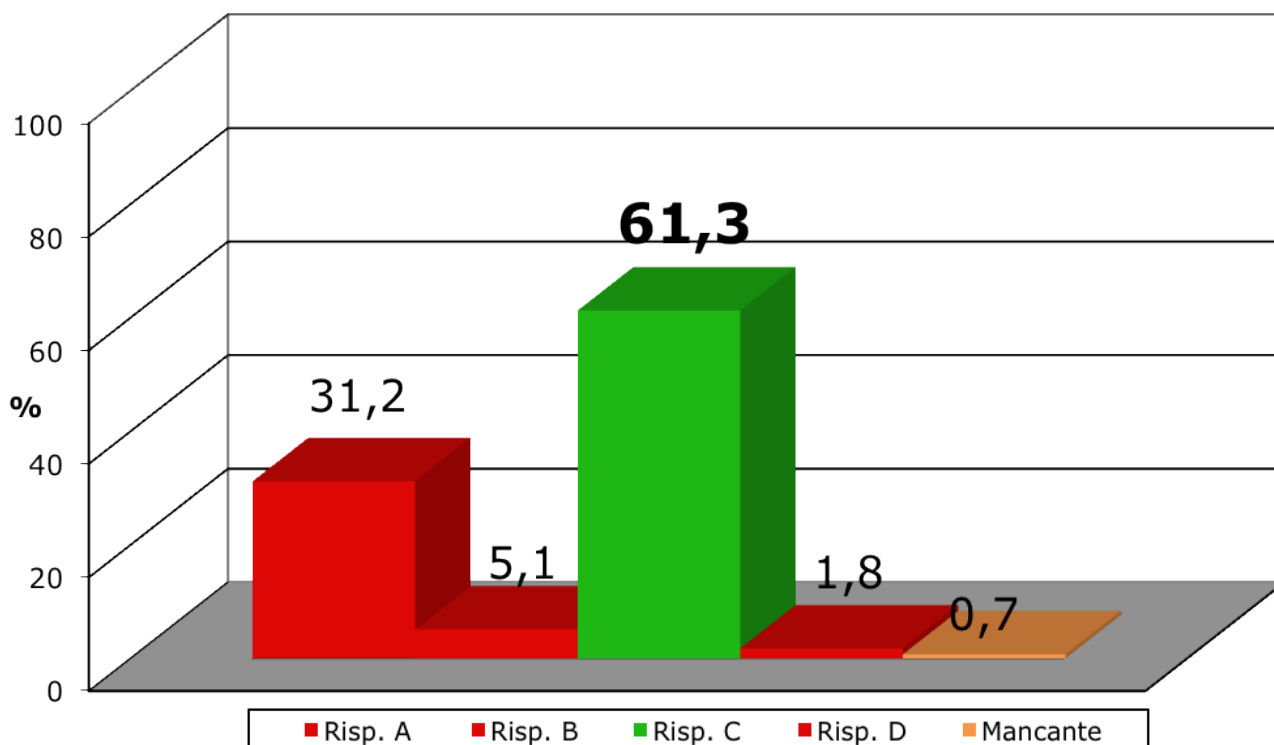


- A. Nello schema 1
- B. Nello schema 2
- C. Nello schema 3
- D. In tutti e 3

Ambito disciplinare Relazioni e funzioni
Prestazione richiesta Riconoscere le relazioni fra due numeri interi: "multiplo" e "divisore"
Livello di competenza Applicare una conoscenza (liv.2)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Relazioni fra numeri

2. Analisi dei risultati D7

Domanda 7



3. Commento D7

Il quesito, di semplice formulazione, richiede la conoscenza dei termini "divisori" e "multiplo" e la lettura dei tre schemi proposti con particolare attenzione per i versi indicati dalle frecce.

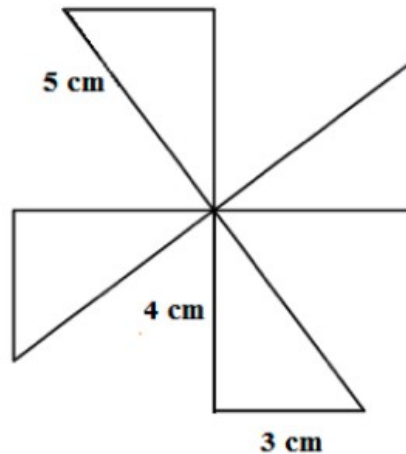
← L'uso di schemi, come quelli qui utilizzati, è ormai consolidato nella pratica didattica, dato che consente la visualizzazione delle proposizioni ed è sfruttato come ausilio valido per l'insegnamento di queste relazioni fra numeri.

← In questo quesito lo studente deve saper individuare lo schema corretto, operazione compiuta dal 62,1% degli allievi.

← Il fatto che il 32,2% abbia scelto lo schema numero 1 può dipendere o dalla non conoscenza del significato di divisore e multiplo o dall'inversione del loro significato.

1. Analisi dell'item D8

D8. Mario ritaglia 4 triangoli uguali da un cartoncino e costruisce la girandola che vedi nella figura. Quale espressione permette di determinare il perimetro della girandola?

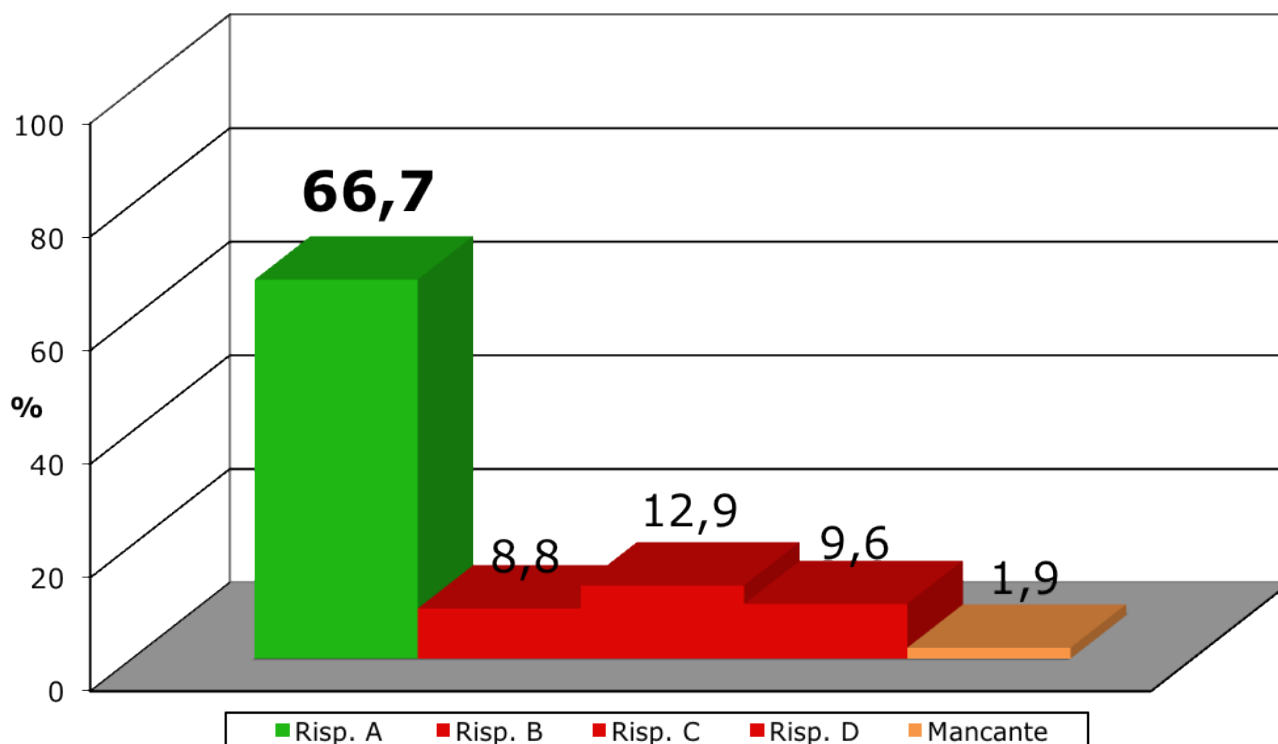


- A. $(3+5+4)\times 4$
- B. $5\times 2+4\times 2+3\times 2$
- C. $4\times 3\times 5$
- D. $(3\times 4:2)\times 4$

Ambito disciplinare Spazio e figure
Prestazione richiesta Riconoscere l'espressione aritmetica per calcolare il perimetro di una figura composta da quattro triangoli uguali
Livello di competenza Analizzare una situazione e organizzare un procedimento (liv.4)
Tipo di quesito A scelta multipla su 4 opzioni
Contesto Vita reale: gioco
Oggetti di valutazione Perimetro di una figura

2. Analisi dei risultati dell'item D8

Domanda 8



3. Commento dell'item D8

Il quesito è formulato con un testo misto, non continuo, che presenta una figura piana composta.

Il problema è calato in un contesto reale, come la costruzione di una girandola, e motivante come il gioco. Nella domanda, però, si rientra bruscamente in ambito matematico stretto, il calcolo del perimetro. Magari sarebbe stato più consona richiedere la lunghezza di un nastro per contornare la girandola. In questo caso, peraltro, si sarebbe aumentata la difficoltà, in quanto il calcolo del perimetro, non richiesto in modo esplicito, farebbe parte della strategia risolutiva messa in atto autonomamente dall'alunno.

La soluzione richiede la conoscenza implicita della congruenza tra triangoli e del concetto di perimetro. Il quesito è ritenuto adeguato alle conoscenze degli allievi provenienti dalla scuola primaria. Non è soltanto richiesto di conoscere le operazioni necessarie alla soluzione del problema, ma anche la capacità di tradurre la successione delle operazioni in una espressione aritmetica.

E' relativamente alta la percentuale di coloro che hanno correttamente risolto il quesito (66,7%). Ciò indica che la rappresentazione della soluzione con espressione è praticata nella scuola primaria e può essere, generalmente, ritenuta competenza acquisita (si veda anche il quesito D2).

Il distrattore C con il suo 12,9% lascia perplessi su quale possa essere stato il motivo per cui è stato scelto.

Più facilmente comprensibile la scelta operata da chi ha scelto il distrattore D che rappresenta un algoritmo per il calcolo dell'area della girandola. Occorre comunque porre attenzione nel processo di insegnamento alla differenza concettuale tra area e perimetro, che rimane una difficoltà, almeno per alcuni alunni.

1. Analisi dell'item D9

D9. Roberto è nato nel mese di novembre del 2001. Qui sotto è riportato il calendario di novembre 2001.

novembre 2001

l	m	m	g	v	s	d
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

In quali giorni della settimana è più probabile che sia nato Roberto? (Indicane almeno uno).

Risposta:



Corretto



Errato

Ambito disciplinare Misura, Dati e Previsioni
Prestazione richiesta Ricavare un'informazione dalla lettura di una tabella (giorni di un mese da un calendario) e operare una valutazione
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv.3)
Tipo di quesito Domanda a risposta obbligata
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Probabilità di un evento

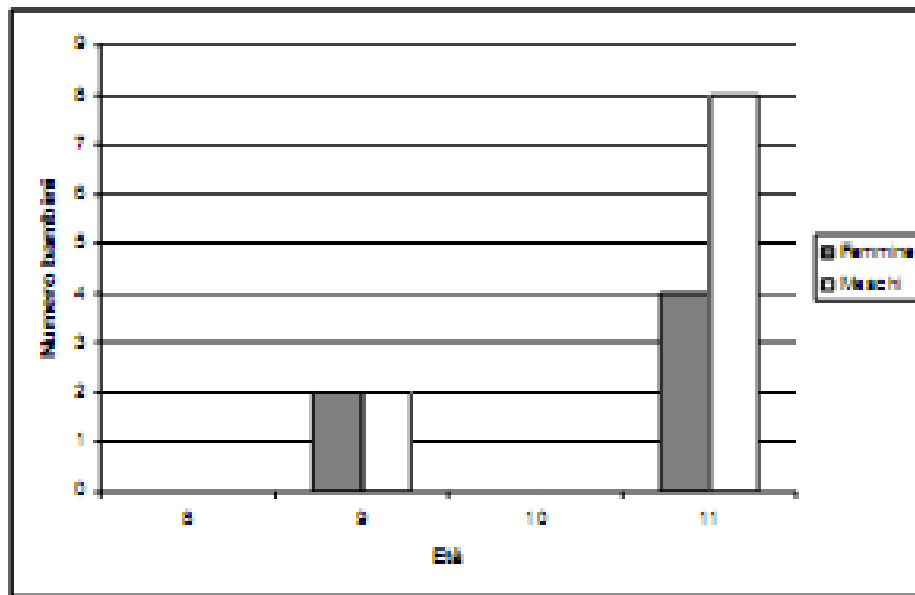
IL GRAFICO "ANALISI DEI RISULTATI DELLA DOMANDA D9 " SI TROVA A PAGINA ??????? INSIEME A QUELLO DELLA DOMANDA D10

1 Analisi dell'item D10

D10. Questa tabella mostra le età delle bambine e dei bambini che partecipano alla festa di compleanno di Mariagrazia.

Età	Numero delle bambine	Numero dei bambini
8	7	5
9	2	2
10	4	6
11	4	8

Usa le informazioni della tabella per completare il grafico per le età di 8 e 10 anni. (Disegna nel grafico con la penna).



Corretto



Errato

Ambito disciplinare

Misura, Dati e Previsioni

Prestazione richiesta

Ricavare dati da una tabella e utilizzarli per completare un grafico

Livello di competenza

Ricevere ed interpretare un'informazione (liv.3)

Tipo di quesito

Domanda a risposta obbligatoria

Contesto

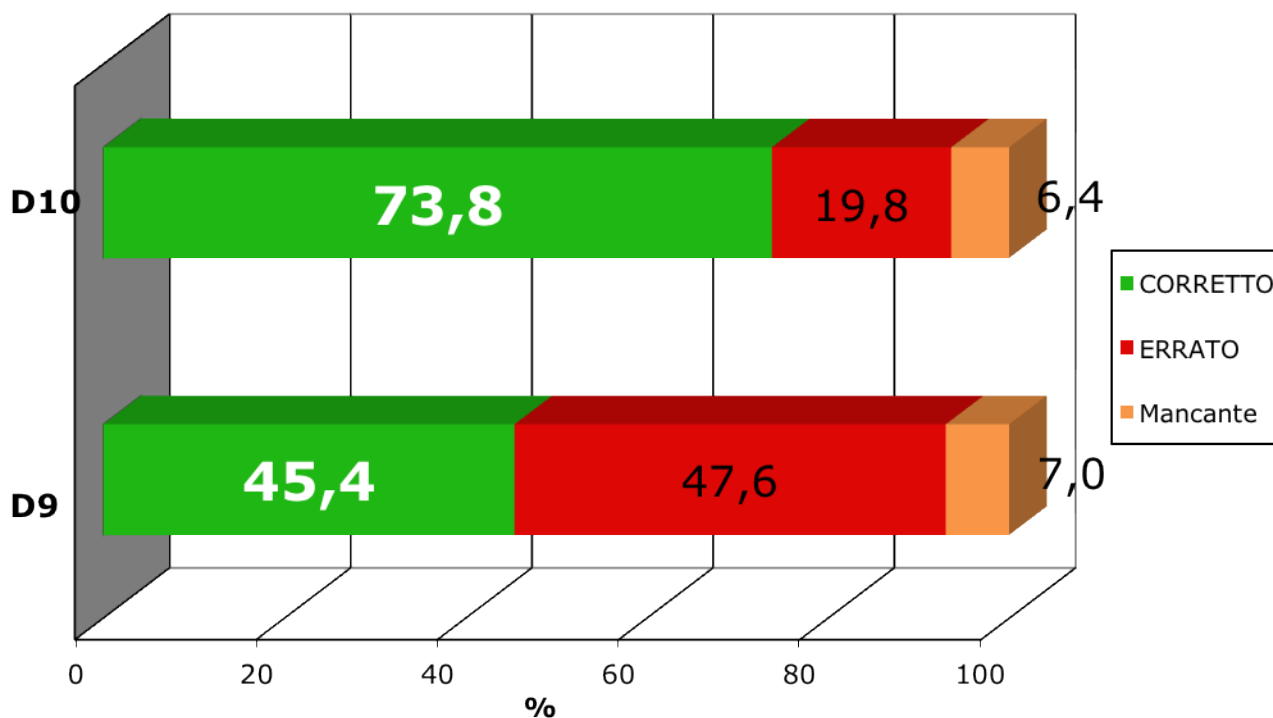
Vita reale

Oggetti di valutazione

Rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ...)

2 Analisi dei risultati dell'item D9 e D10

Domande 9 - 10



3a. Commento dell'item D9

Il testo non continuo presenta un quesito correttamente formulato, la cui soluzione richiede la conoscenza della probabilità, almeno a livello intuitivo.

Per un semplice evento, l'alunno dovrebbe saper esprimere giudizi del tipo: "É sicuro ..., è certo ..., è possibile ..., è impossibile ..., è probabile ..."

Solo il 45,4% degli allievi ha saputo rispondere in modo corretto al quesito, Tale percentuale di risposta corretta può indurre a ritenere possibile che, forse, non in tutte le scuole la probabilità, almeno a livello semplice ed elementare, viene affrontata.

3b. Commento dell'item D10

Il quesito è presentato con un testo non continuo, la cui soluzione richiede la capacità di saper leggere e trarre le informazioni da una tabella e dal relativo grafico per poi successivamente completarlo nelle parti mancanti.

Tale quesito ha fatto registrare un livello alto di risposte esatte (73,8%) e ciò può essere legato anche al fatto che le rappresentazioni attraverso grafici, oltre ad essere oggetto di studio in matematica, sono ampiamente usate nei libri di testo di altre discipline e nella comunicazione dei media (esempi: libro di geografia, articoli di giornali etc).

Resta comunque alta la percentuale di chi non ha saputo fornire la risposta corretta.

1. Analisi dell'item D11

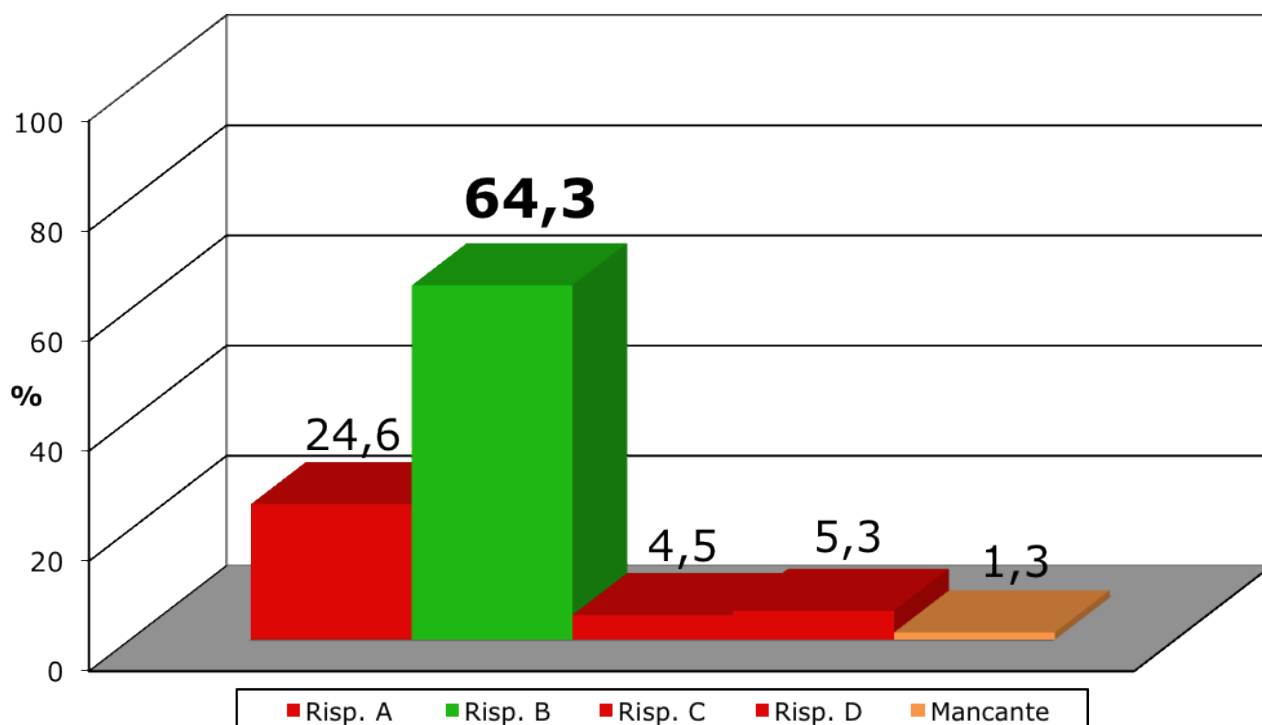
D11. Cinzia usa la calcolatrice per moltiplicare 12 e 27. Si sbaglia e digita sulla tastiera 12×26 . Per correggere il suo errore deve aggiungere al risultato:

- A. 1
- B. 12
- C. 26
- D. 27

Ambito disciplinare Numero
Prestazione richiesta Correggere un errore di calcolo, identificando il valore e il significato di una cifra di un fattore nella moltiplicazione
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv.3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Operazioni con numeri interi

2. Analisi dei risultati dell'item D11

Domanda 11



3. Commento dell'item 11

Il quesito è formulato in modo semplice, la cui soluzione richiede la padronanza dell'operazione della moltiplicazione, sia nel significato di somma ripetuta, sia nella capacità di calcolo.

←

← Il saper utilizzare la calcolatrice in modo consapevole facilita gli alunni nel contestualizzare il compito e forse anche nella scelta della risposta corretta. In ogni caso la competenza in gioco in tale domanda dovrebbe essere in possesso al termine del percorso della scuola primaria.

←

La percentuale di risposte esatte è del 64,3% .

il 24,6 % degli allievi ha scelto il distrattore A, ritenendo che il numero 1 sia da aggiungere al 26. In tal caso l'alunno avrebbe proceduto alla correzione sulla tastiera, non soddisfacendo la consegna che gli chiedeva di "aggiungere al risultato".

←

Questo tipo di errore dovrebbe essere oggetto di attenta analisi per individuare opportuni interventi didattici, che mirino non tanto a rafforzare aspetti procedurali di calcolo, ma vadano a toccare aspetti legati al significato della struttura moltiplicativa e soprattutto privilegino aspetti metacognitivi di controllo degli algoritmi di calcolo, potenziando una stretta connessione tra calcolo mentale e calcolo scritto (carta e penna, calcolatrice, ...).

1. Analisi dell'item D12

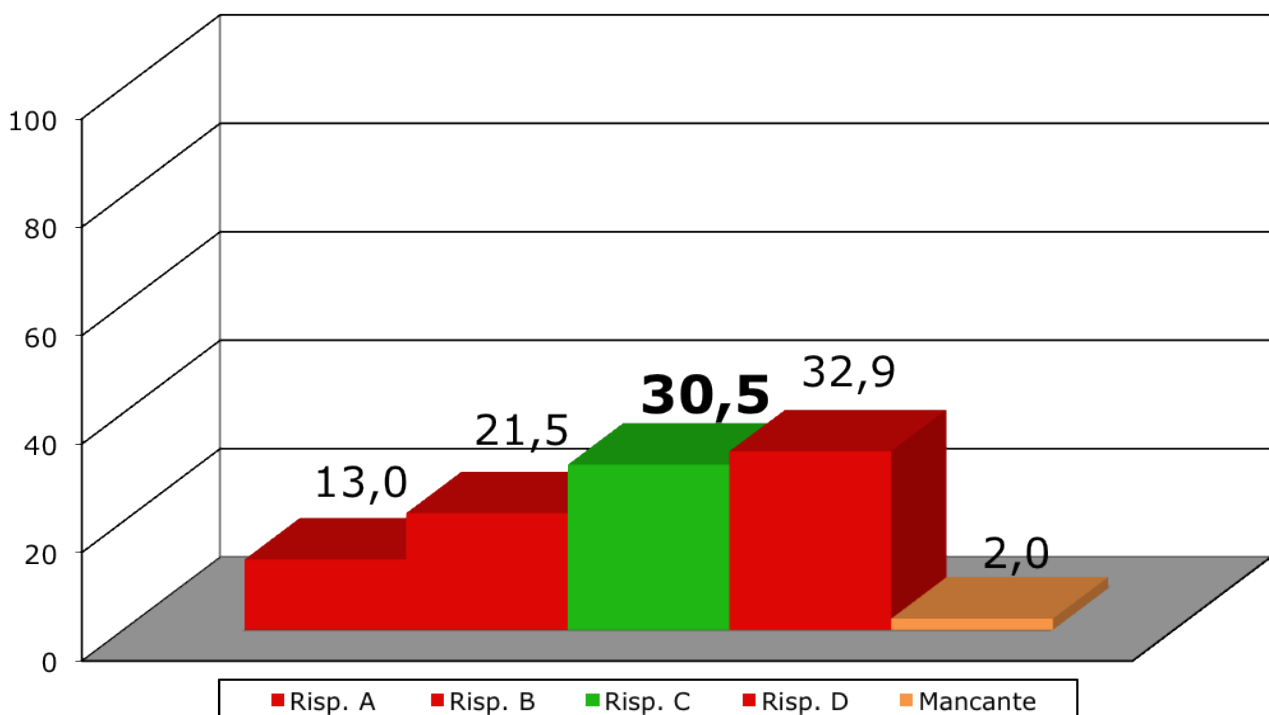
D12. Cristina con 20 dm di filo di nylon vuole fare quattro collane di perline. Per ogni collana le servono 60 cm di filo. Riuscirà a fare le quattro collane?

- A. No, perché 60 è maggiore di 20
- B. Sì, perché 20 dm sono più di 6 dm
- C. No, perché 240 cm sono più di 20 dm
- D. Sì, perché i decimetri sono più grandi dei centimetri

Ambito disciplinare Misura
Prestazione richiesta Risolvere un problema nell'ambito della misura, con il passaggio da un'unità di misura ad un'altra; giustificare la soluzione del problema
Livello di competenza Dare un senso ad un risultato o redigere una giustificazione (liv.5)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale: gioco
Oggetti di valutazione Misure di grandezze continue

2. Analisi dei risultati dell'item D12

Domanda 12



3. Commento dell'item 12

Il quesito risulta chiaro nella sua formulazione, l'unità di misura "dm", non è utilizzata comunemente, nelle esperienze quotidiane di misura, per indicare la lunghezza (solitamente si usa 2 m, invece di 20 dm), sono invece più verosimili le azioni contestualizzate.

La risoluzione richiede non solo di eseguire una moltiplicazione, operazione diretta, e successivamente di confrontare il prodotto ottenuto con un altro dato del problema " 20 dm", la lunghezza del filo a disposizione, ma anche di giustificare la risposta. Scegliere la spiegazione adeguata alla soluzione del quesito, rende più difficile la prestazione rispetto alla richiesta della sola soluzione del problema.

Il confronto tra il filo che serve e quello a disposizione obbliga gli alunni a svolgere un'equivalenza e precisamente la trasformazione dei 20 dm in 200 cm. Ciò poi, permetterà agli alunni di poter scegliere, fra le risposte multiple, quella corretta C. Ma, poiché nella risposta C ricompaiono indicati i decimetri, gli alunni dovranno essere capaci di ricordare i risultati ottenuti e contemporaneamente eseguire un corretto confronto fra 240 cm e 20 dm.

Le prestazioni richieste nel loro insieme risultano articolate e circolari: partire dai decimetri, trasformarli in centimetri, ritornare ai decimetri. Risultano essere pochi gli alunni, che alla fine della classe quinta elementare possiedono con sicurezza tali abilità, come dimostra la bassa percentuale di risposte corrette (30,5 %).

Mentre il distrattore D, che contiene l'espressione "i decimetri sono più grandi dei centimetri" è stato scelto dal 32.9% degli alunni, poiché per loro non è ben acquisita la conoscenza che tutte le misure si devono sempre esprimere attraverso un numero seguito da un'unità di misura.

La scelta del distrattore B, (21,5%), che contiene asserita una verità " 20 dm > 6 dm" forse è stata effettuata da quegli alunni che non hanno correlato la "domanda con la risposta", questa azione richiedeva infatti la capacità di saper argomentare la propria soluzione e questi alunni non sono ancora capaci di farlo correttamente.

Coloro che hanno scelto il distrattore A, il 13%, che fa riferimento solo ai numeri 60 e 20 non seguiti da un'unità di misura, possono aver eseguito il solo confronto numerico e non quello fra lunghezze.

Tutte le scelte operate da questi alunni suggeriscono la necessità di rivedere con loro il concetto di misura e le sue rappresentazioni anche in contesti diversi, magari con una "caccia all'errore".

1. Analisi dell'item D13

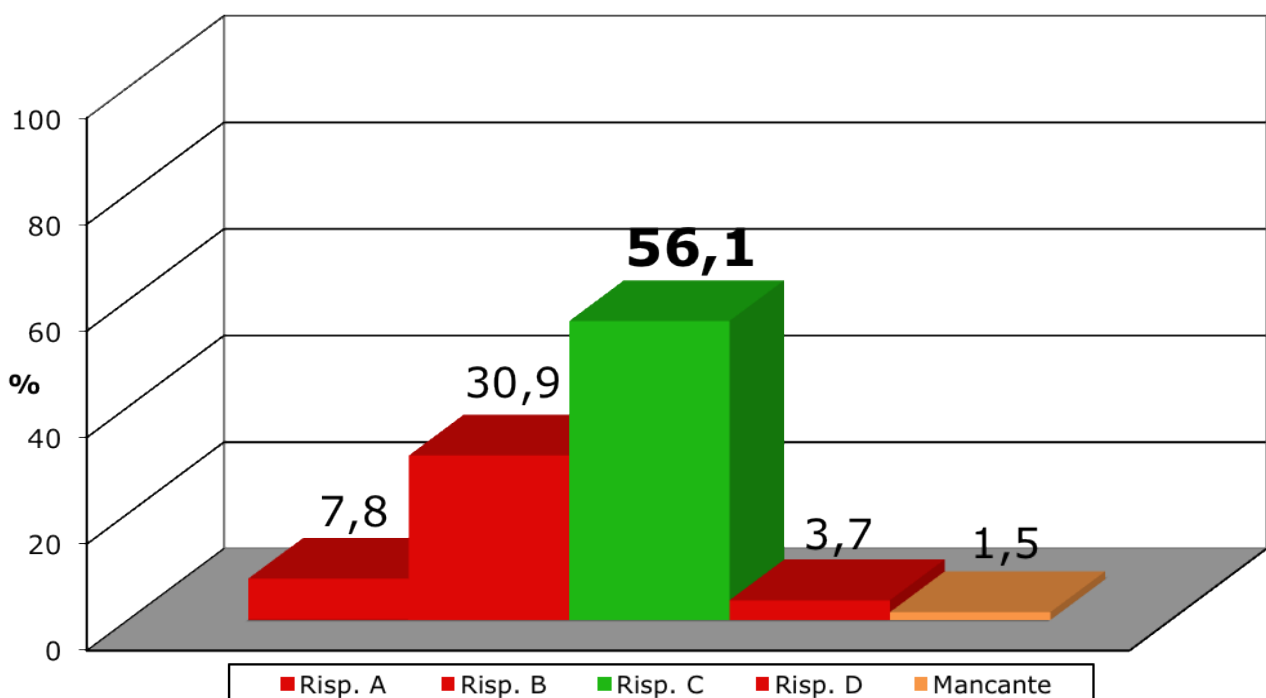
D13. Quale numero è più vicino al risultato di: $4,9 \times 4$?

- A. 16
- B. 16,36
- C. 20
- D. 37,60

Ambito disciplinare Numero
Prestazione richiesta Approssimare un prodotto tra un fattore intero e un fattore decimale
Livello di competenza Utilizzare una conoscenza (liv.2)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Operazioni con numeri razionali

2. Analisi dei risultati dell'item 13

Domanda 13



3. Commento dell'item 13

Il quesito è semplice e chiaramente espresso.

Per rispondere alla domanda gli alunni devono innanzitutto saper stimare l'ordine di grandezza del prodotto, saper eseguire una moltiplicazione fra fattori che sono un numero decimale finito ed un numero intero, operazione che facilmente può anche essere eseguita a mente, ed infine devono saper individuare il numero, fra quelli indicati, che più si avvicina al risultato corretto della moltiplicazione.








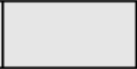




Queste abilità dovrebbero essere ben acquisite al termine della scuola di primo grado, ma poco più della metà degli allievi, 56,1% , ha risposto correttamente scegliendo la soluzione C, e troppi hanno sbagliato nel rispondere a questa semplice domanda.

Il distrattore B, scelto dal 30,9% dei ragazzi segnala che nell'operazione, magari svolta a mente, non è stato memorizzato "il riporto", forse questi ragazzi dovrebbero essere aiutati a riflettere sull'importanza di giustificare sempre le loro risposte, anche eseguendo la prova delle operazioni poiché commettono facilmente errori.

La scelta del distrattore A pari al 7,8% indica che per questi alunni non è ancora chiaro che il numero 4,9 è un numero decimale finito che è compreso fra 4,8 e 5. e che quindi, moltiplicandolo per quattro, si otterrà un numero molto vicino al venti e non al numero sedici che rappresenta il risultato delle sole parti intere 4×4 .

1. Analisi dell'item 14

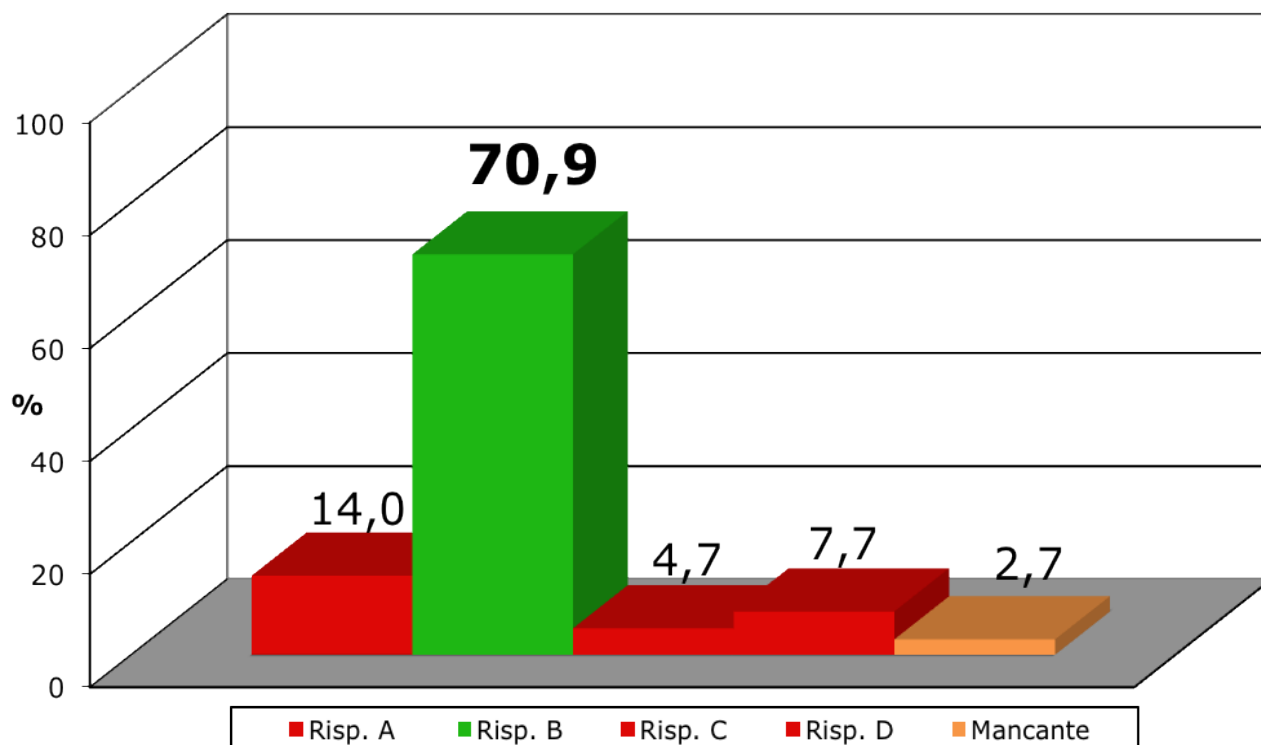
D14. Sergio ha 12 anni. Giulia ha la metà degli anni di Sergio più 3 anni.
Indica qual è la rappresentazione grafica corretta della relazione fra gli anni di Sergio e quelli di Giulia.

	<input type="checkbox"/> A.	Anni di Sergio  Anni di Giulia 
	<input type="checkbox"/> B.	Anni di Sergio  Anni di Giulia 
	<input type="checkbox"/> C.	Anni di Sergio  Anni di Giulia 
	<input type="checkbox"/> D.	Anni di Sergio  Anni di Giulia 

Ambito disciplinare Misura, Dati e Previsioni
Prestazione richiesta Risolvere un problema per calcolare un dato della relazione. Cogliere la relazione tra due numeri. Individuare la relazione, rappresentata con un grafico a barre.
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Rappresentazione di dati (tabelle, grafici, ...)

2. Analisi dei risultati dell'item 14

Domanda 14



3. Commento dell'item 14

Il quesito presenta una formulazione non continua e si avvale anche di un grafico a barre.

Per poter rispondere correttamente gli alunni devono: comprendere il testo e la relazione esistente fra gli anni dei due ragazzi Giulia e Sergio, rappresentare nella propria mente tale confronto e riconoscere, dopo un'attenta lettura, il grafico che correttamente indica tale relazione.

Solo una corretta traduzione dei dati del problema permetterà agli alunni una successiva identificazione del grafico corretto. L'informazione espressa con i termini "metà di ..., più tre ..." richiede agli alunni la capacità di saper dividere a metà una grandezza data, gli anni di Sergio, ed al risultato aggiungere tre unità.

La risposta esatta è la risoluzione di una equazione di primo grado $y = 1/2 x + 3$ dove compaiono dati interi e contemporaneamente frazionari.

Gli alunni, per poter indicare la soluzione giusta B devono aver ben acquisito la capacità di tradurre i dati di tale equazione con il metodo grafico, metodo acquisito da un'alta percentuale di questi ragazzi, il 70,9%.

Il distrattore A è stato forse scelto dal 14 % degli alunni poiché non hanno ben compreso quali fossero i termini del confronto: è a Giulia, che ha la metà degli anni di Sergio, che si devono aggiungere tre unità e non a Sergio.

Nel distrattore D, scelto dal 6,2%, la confusione fra i rapporti e i termini del confronto è ancora maggiore.

Risulta difficile per alcuni alunni identificare il valore del blocco unità del grafico a barre (6 anni).

1. Analisi dell'item 15

D15. La maestra chiede: "Se n è un numero naturale qualsiasi maggiore di zero, cosa possiamo dire di $n - 1$ " ?

Quattro alunni rispondono in questo modo.

Cristina	$n-1$ è sempre pari perché $3-1=2$
Piero	$n-1$ è sempre dispari perché $10-1=9$
Angela	$n-1$ è sempre il precedente di n
Sonia	$n-1$ sommato a n dà sempre un numero pari

Chi ha ragione?



A. Cristina



B. Piero



C. Angela

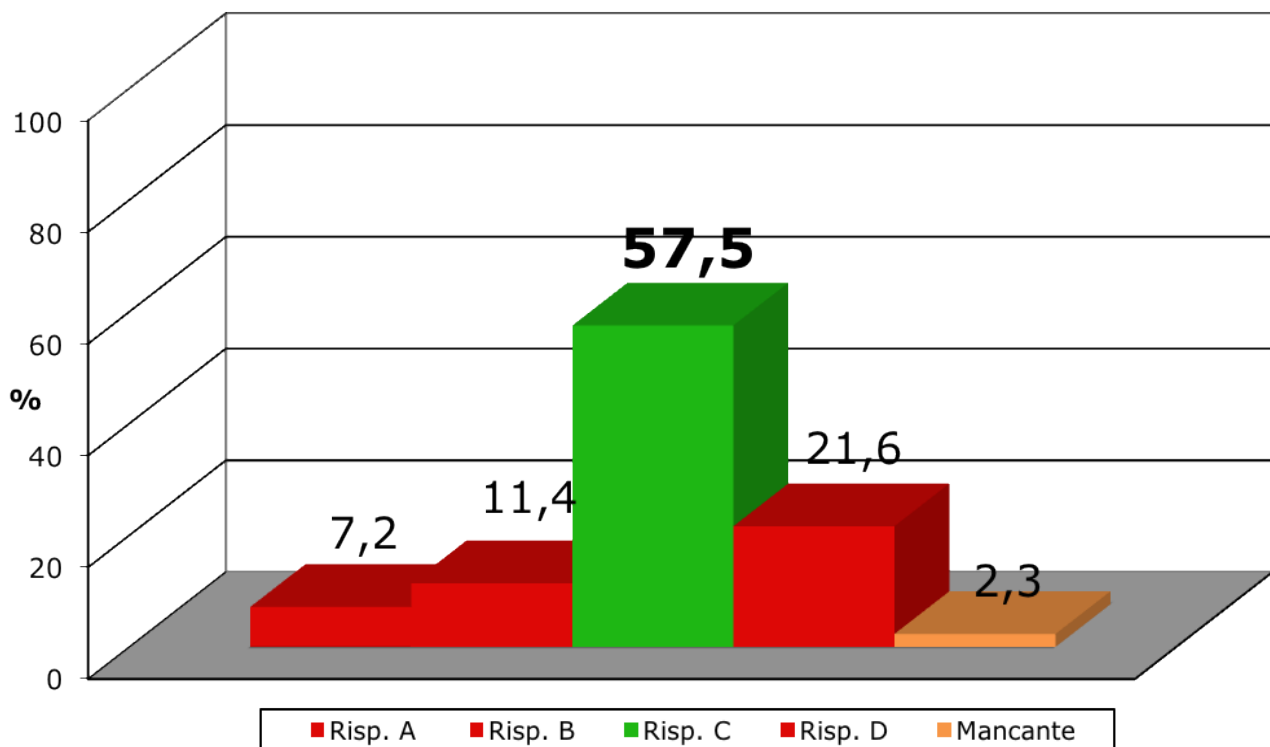


D. Sonia

Ambito disciplinare Relazioni e funzioni
Prestazione richiesta Individuare la validità di un'affermazione in matematica, nell'ambito specifico del numero
Livello di competenza Dare un senso ad un risultato o redigere una giustificazione (liv.5)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Generalizzazione di regolarità, con l'utilizzo di parole ed espressioni algebriche

2. Analisi dei risultati dell'item 15

Domanda 15



3. Commento dell'item 15

Per rispondere correttamente l'allievo dovrebbe conoscere l'uso della notazione che consente di esprimere un generico numero attraverso la sua formulazione generalizzata n e del suo antecedente con $n-1$, oppure, nel caso che tale notazione non gli sia abituale, arrivarci attraverso il ragionamento.

Il livello di competenza richiesto (liv. 5) è alto e richiede di argomentare la conoscenza in gioco.

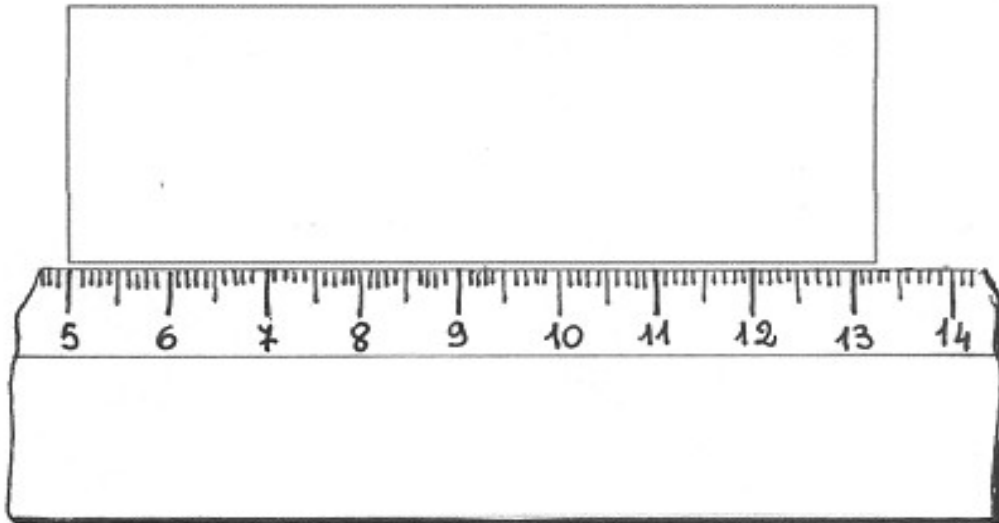
La difficoltà degli alunni nella capacità di generalizzare può essere confermata dal fatto che quasi il 19% degli allievi abbiano scelto i distrattori A o B, che si appoggiano nella spiegazione a casi particolari con l'utilizzo di numeri, senza simboli (n), rimanendo nell'ambito aritmetico.

Forse anche coloro che hanno scelto il distrattore D, in qualche modo hanno fatto riferimento al campo aritmetico familiare, in particolare alla somma, che viene richiamata nella spiegazione.

Affrontare in classe lo specifico argomento, anche con semplici esercitazioni condotte con la guida degli insegnanti, potrebbe essere utile a consentire agli allievi di raggiungere questo primo livello di generalizzazione.

1. Analisi dell'item 16

D16. Giovanni vuole misurare il lato maggiore del rettangolo rappresentato qui sotto, ma il suo righello è rotto. Lo posiziona nel modo che vedi.



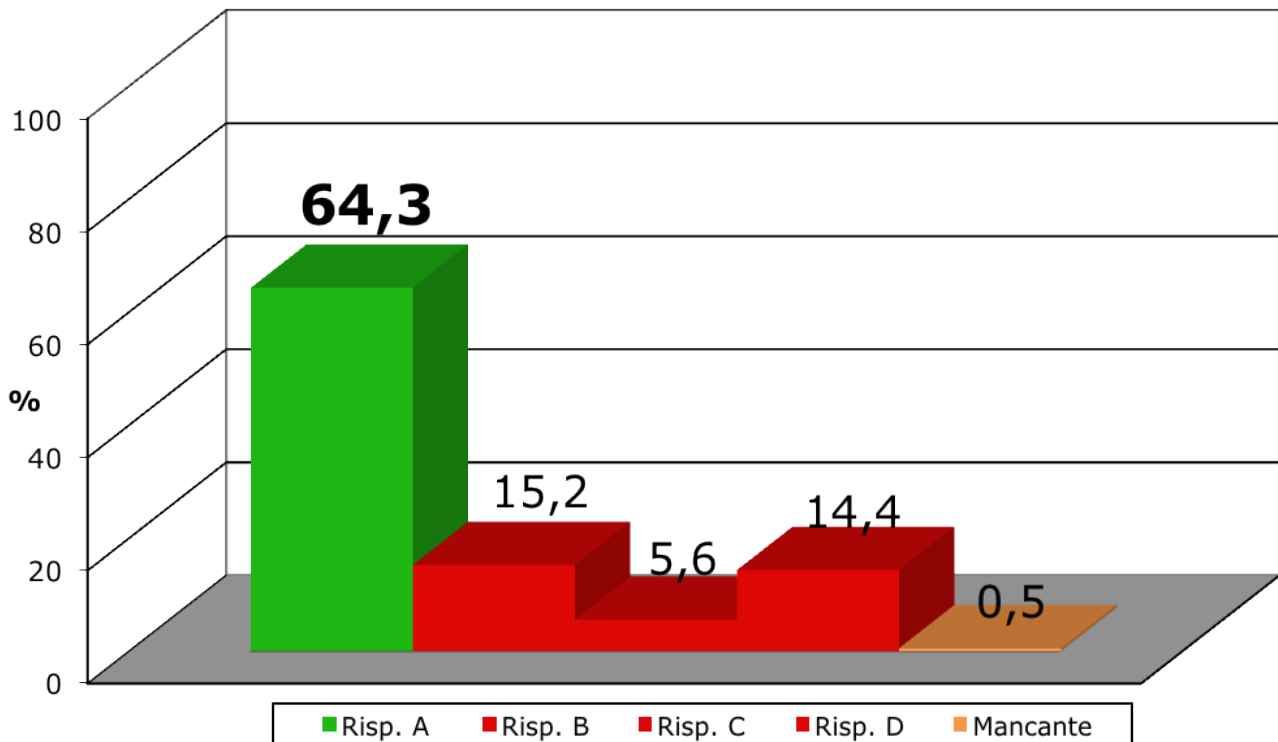
Qual è la misura del lato?

- A. La misura del lato è 8,3 cm
- B. La misura del lato è 9 cm
- C. La misura del lato è 13 cm
- D. Non si può misurare perché non c'è lo zero

Ambito disciplinare Misura
Prestazione richiesta Misurare la lunghezza di un lato di una figura con il righello
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv. 3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Misure di grandezze continue con strumenti

2. Analisi dei risultati dell'item 16

Domanda 16



3. Commento dell'item 16

Il quesito attiene all'ambito della misura con riferimento ad esperienze reali di misurazione di lunghezze che l'allievo, all'inizio della secondaria di primo grado ha già certamente realizzato sia a scuola, sia nella quotidianità.

Per fornire la risposta corretta lo studente avrebbe potuto procedere o eseguendo la sottrazione tra i due valori ($13,3 - 5$) oppure materialmente procedendo a contare progressivamente i cm partendo dal valore 5 assunto come zero.

Certo che ottenere il risultato, mediante il primo o il secondo modo, dovrebbe essere competenza acquisita al termine della scuola primaria. Il fatto che circa il 40% degli allievi non sappia fornire la risposta dovrebbe indurre gli insegnanti a fare, nella loro attività di docenza, maggior ricorso ad esercitazioni pratiche e altamente significative per realizzare una reale "laborialità di costruzione dei concetti".

La realizzazione in classe di un'esperienza di misura, come quella descritta nel quesito, avrebbe certamente contribuito a ridurre la percentuale (circa 14,4%) di allievi che hanno scelto il distrattore D: "Non si può misurare perchè non c'è lo zero"

1. Analisi dell'item 17

D17. Quali delle seguenti figure rappresentano lo stesso solido visto in due posizioni diverse?

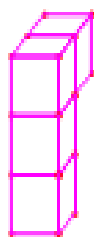


Figura 1

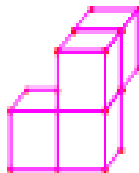


Figura 2

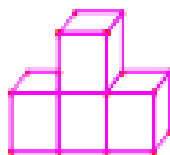


Figura 3

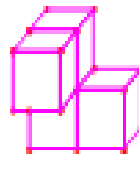


Figura 4



A. Figura 2 e Figura 4



B. Figura 1 e Figura 4



C. Figura 2 e Figura 3

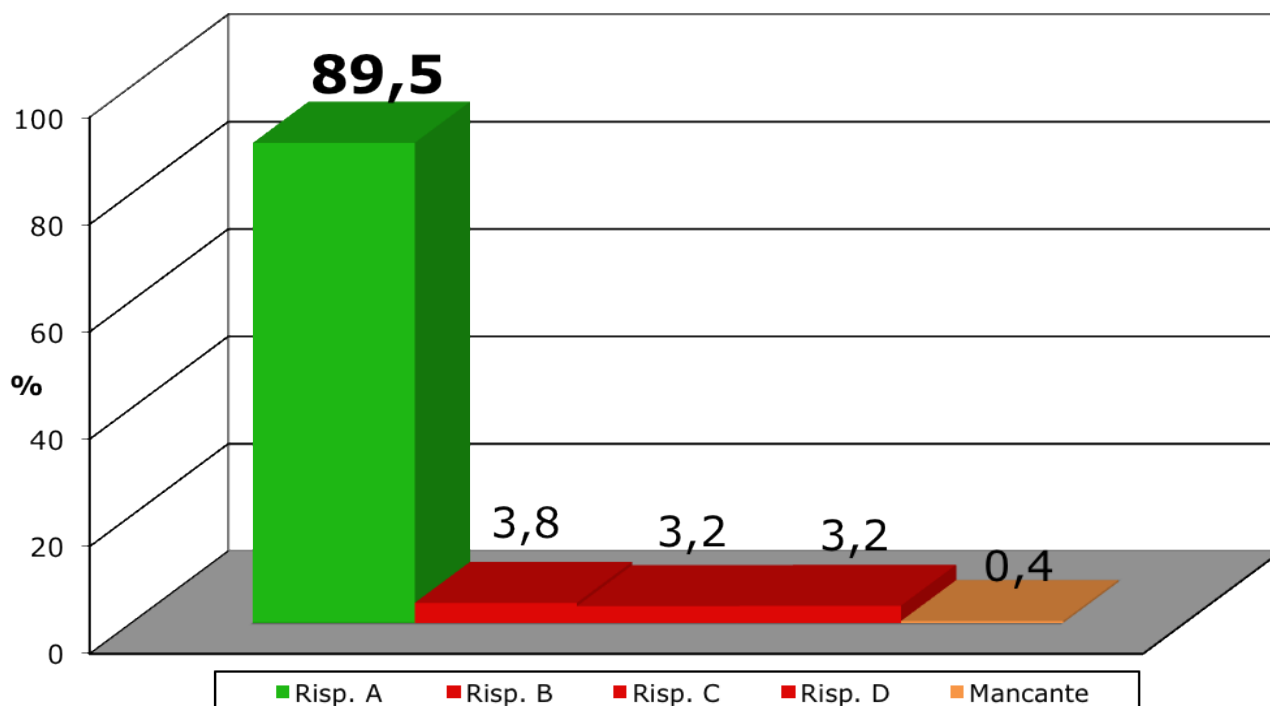


D. Figura 1 e Figura 3

Ambito disciplinare Spazio e figure
Prestazione richiesta Riconoscere la stessa figura solida, rappresentata in posizioni diverse
Livello di competenza Utilizzare una conoscenza (liv. 2)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Operare con figure 3D

2. Analisi dei risultati dell'item 17

Domanda 17



3. Commento dell'item 17

Il quesito è chiaramente formulato e le figure sono ben rappresentate.

La percentuale decisamente alta, anche nel confronto alle risposte corrette fornite ad altri quesiti, lascia comprendere che il riconoscimento di queste forme tridimensionali, rappresentate in prospettiva, è capacità acquisita per la maggior parte degli allievi.

Da una parte la competenza richiesta è di livello basso (2), quello di utilizzare una conoscenza, non richiedendo di operare in alcun modo con le figure, dall'altra le due figure, 2 e 4, sono le uniche che possono rappresentare la stessa figura.

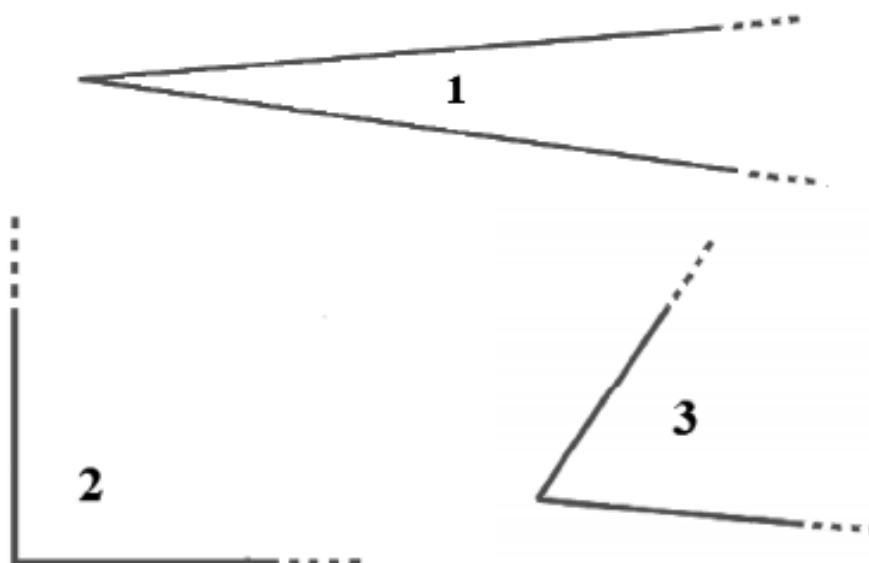
Non è da escludere che alcuni alunni possano aver giocato a "Tetris", con computer o consolle. Ciò può aver stimolato il riconoscimento spaziale di queste figure (giocando si impara!).

I distrattori svolgono il ruolo di "distrarre" in modo marginale.

Diverso sarebbe stata la riuscita degli alunni se un distrattore fosse stato la rappresentazione della figura simmetrica.

1. Analisi dell'item 18

D18. Osserva gli angoli rappresentati qui sotto.



Qual è l'ordinamento corretto degli angoli dal meno ampio al più ampio?

A. Angolo 2 – Angolo 3 – Angolo 1

B. Angolo 1 – Angolo 3 – Angolo 2

C. Angolo 3 – Angolo 1 – Angolo 2

D. Angolo 3 – Angolo 2 – Angolo 1



Non valida

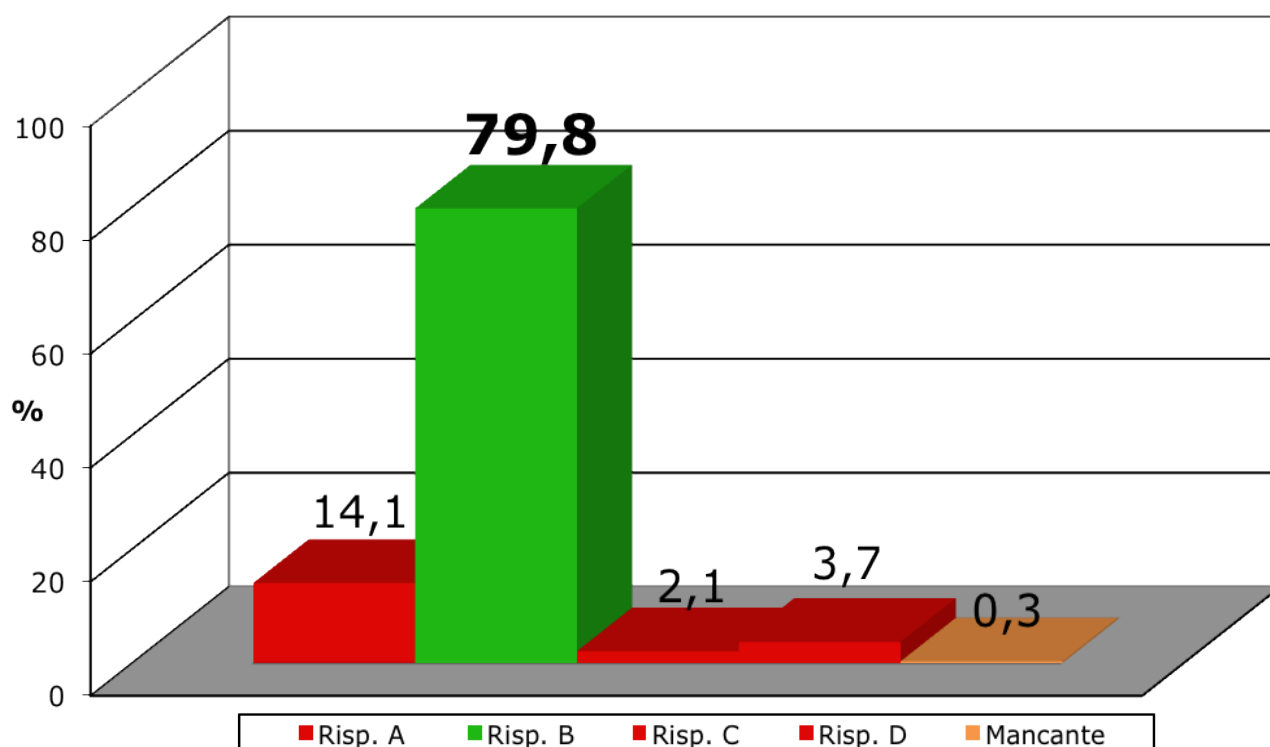


Mancante

Ambito disciplinare Misura
Prestazione richiesta Ordinare gli angoli in base alla loro ampiezza
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv. 3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Angoli e loro misure

2. Analisi dei risultati dell'item 18

Domanda 18



3. Commento dell'item18

Il quesito è formulato in modo chiaro e gli angoli sono visivamente facilmente confrontabili.

Dal livello piuttosto alto della percentuale di risposte corrette è da ritenere che la capacità di confrontare le ampiezze degli angoli sia raggiunta al termine della scuola primaria.

Per il distrattore A scelto dal 14,1% degli allievi, probabilmente si può dare una lettura non del tutto negativa, rispetto alle conoscenze relative agli angoli, in quanto sono ordinati dal più ampio al meno ampio.

Forse la scelta del distrattore A può, in taluni casi, essere ricondotta alla inadeguata attenzione posta alla sequenza che viene richiesta. *“dal meno ampio al più ampio”*.

1. Analisi dell'item 19

D19. $\frac{4}{20}$ e 0,2 indicano la stessa quantità?



A. No, perché $\frac{4}{20}$ indica una quantità minore



B. No, perché 0,2 indica una quantità minore



C. Sì, perché valgono entrambi la quinta parte di un intero

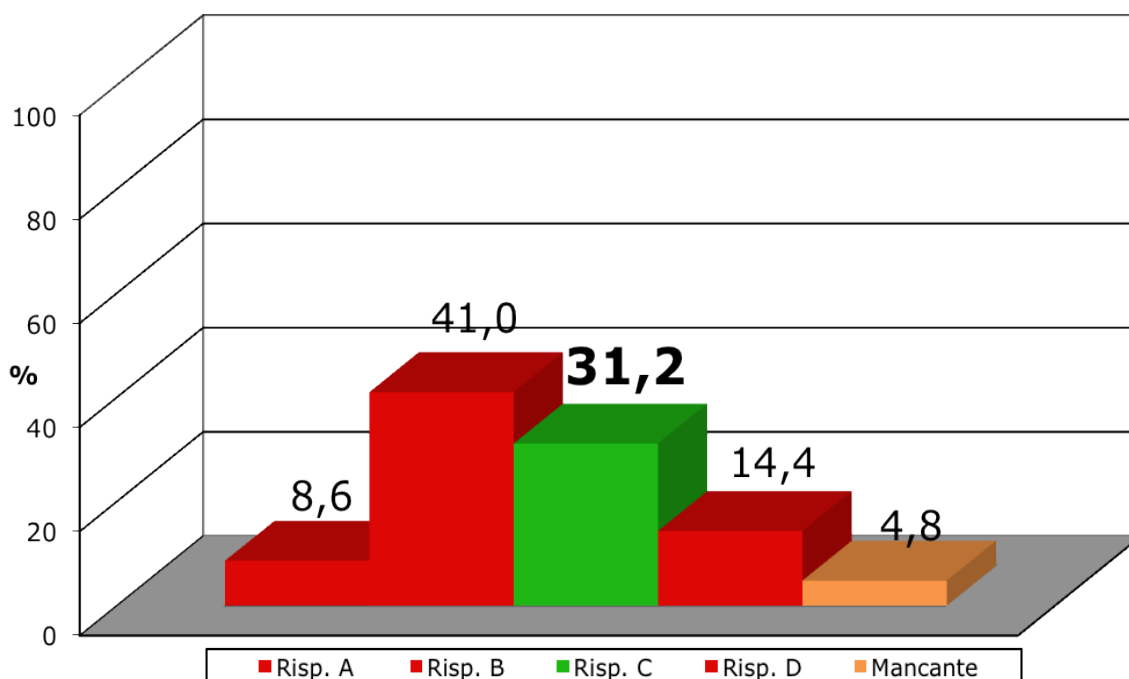


D. No, perché la prima è una frazione, il secondo è un numero decimale

Ambito disciplinare Numero
Prestazione richiesta Confrontare una frazione e numero decimale e giustificare la risposta
Livello di competenza Dare un senso a un risultato o redigere una giustificazione (liv. 5)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatemático
Oggetti di valutazione Numeri razionali: rappresentazione decimale e frazionaria

Analisi dei risultati dell'item 19

Domanda 19



3. Commento dell'item 19

La domanda è formulata in modo chiaro ed è una riedizione di analogo quesito già presente nella prova PQM dello scorso anno e, come un anno fa, si è evidenziato che il confronto tra numeri decimali e frazioni presenta una situazione di diffusa problematicità.

Il livello di competenza è il più alto e, come ogni volta che si richiede una spiegazione, la riuscita gli alunni non è soddisfacente.

Per comprendere che sia la frazione, sia il numero decimale rappresentano la stessa quantità "la quinta parte dell'intero", gli allievi avrebbero dovuto effettuare la semplificazione della frazione $\frac{4}{20}$ o "fare" la divisione ($4 : 20$) per giungere al numero decimale 0,2.

Quasi il 70% degli studenti, al termine della scuola primaria, non ha acquisito la capacità di effettuare il confronto richiesto.

Oltre il 40% degli alunni (che equivale a dire che su una classe di 25 bambini, 10 sono in questa condizione) ritiene che 0,2 sia una quantità minore di $\frac{4}{20}$.

Probabilmente si lasciano condizionare dal fatto che un numero che "inizia per zero" è "proprio piccolo" e quindi non può essere "più grande" di una frazione che ha "numeri ben più grandi" quali il 4 o il 20. Questo è un misconcetto, di cui gli insegnanti dovrebbero tener conto per un intervento didattico mirato.

Il 14,4% degli allievi ha risposto: "No, perchè la prima è una frazione, il secondo un numero decimale". Per questi alunni frazioni e numeri decimali non sono tra loro neppure confrontabili. Questo misconcetto probabilmente si radica in un rapporto insegnamento/apprendimento che, su questo punto specifico, merita di essere rivisto con particolare attenzione.

1. Analisi dell'item 20

D20. Nel mese di agosto Emanuele ha ricevuto ogni settimana dal nonno una somma di denaro doppia di quella della settimana precedente. Ecco il denaro che ha ricevuto nelle prime due settimane.

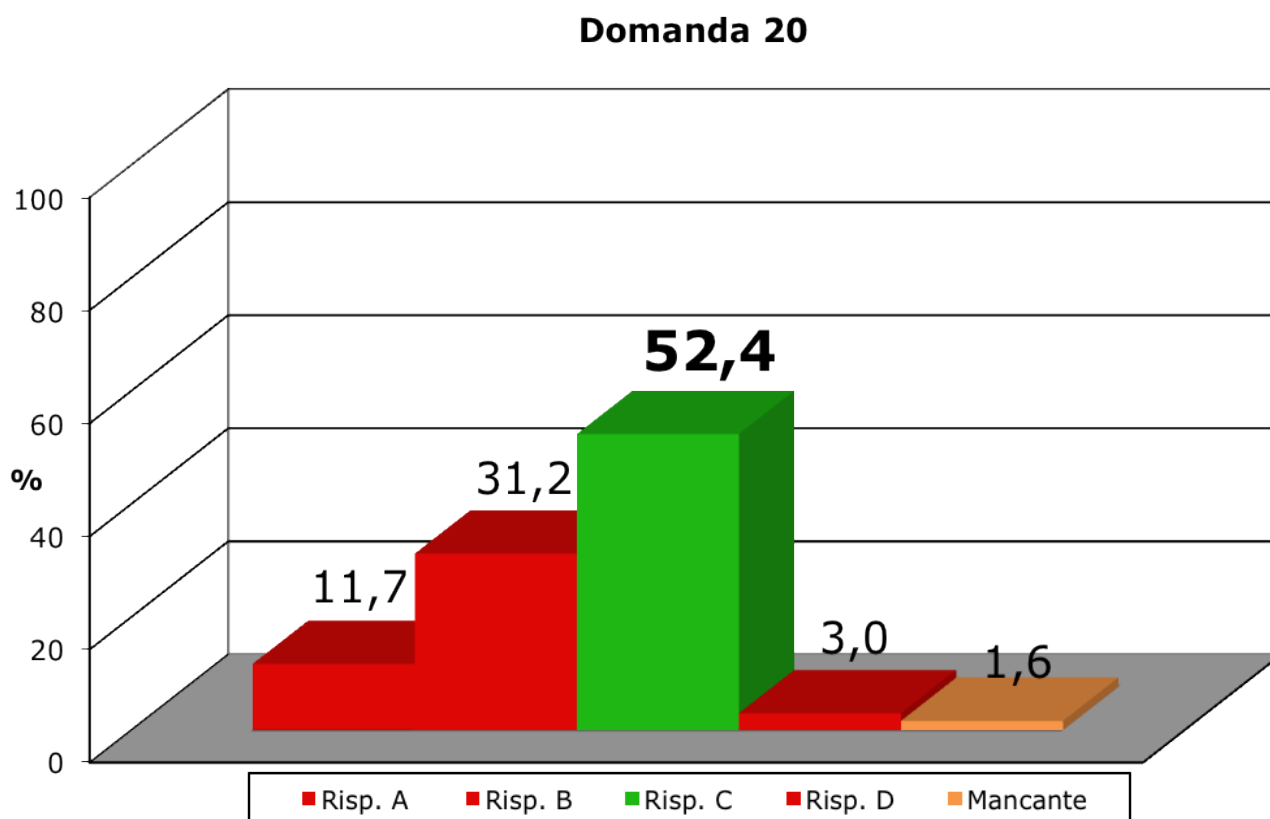
Prima settimana	Seconda settimana	Terza settimana
		?

Quanto ha ricevuto la terza settimana?

- A. 14,00 euro
 B. 14,10 euro
 C. 18,80 euro
 D. 28,20 euro

Ambito disciplinare
Misura
Prestazione richiesta
Risolvere un problema: calcolare il doppio di una somma di denaro rappresentata con monete. Passare da una rappresentazione "reale" con monete ad una scrittura con numeri decimali.
Livello di competenza
Analizzare una situazione problema e organizzare un procedimento risolutivo (liv. 4)
Tipo di quesito
A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto
Vita reale: denaro
Oggetti di valutazione
Operare con numeri decimali, nel sistema monetario corrente

2. Analisi dei risultati dell'item 20



3. Commento dell'item 20

Questo quesito, riedizione di un analogo quesito presente nella prova PQM di ingresso dello scorso anno, è un quesito corretto nella sua formulazione e fa riferimento al vissuto esperienziale degli allievi (uso delle monete).

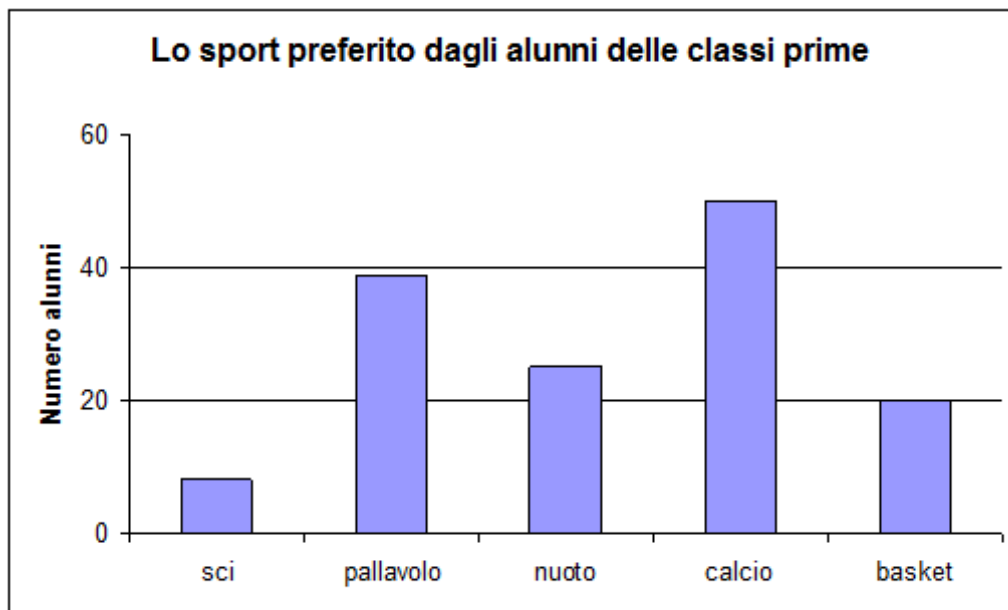
La rappresentazione fotografica delle monete, associata alla sequenza delle settimane, rende maggiormente comprensibile il quesito. Le prestazioni richieste prevedono il riconoscimento del valore delle monete e la risoluzione di problemi con le stesse: completare una sequenza ed eseguire somma e prodotto di numeri decimali.

La maggior parte degli alunni che forniscono una risposta errata (B), si limita a contare il valore delle monete rappresentate nel testo del problema.

Il fatto che quasi la metà degli allievi non sia in grado di giungere alla risposta corretta deve indurre a riflettere sulle strategie di insegnamento apprendimento della matematica nella scuola primaria

1. Analisi dell'item 21

D21. Nelle classi prime di una scuola media è stata condotta un'indagine sullo sport preferito da ciascun alunno. Il seguente grafico illustra il risultato dell'indagine.



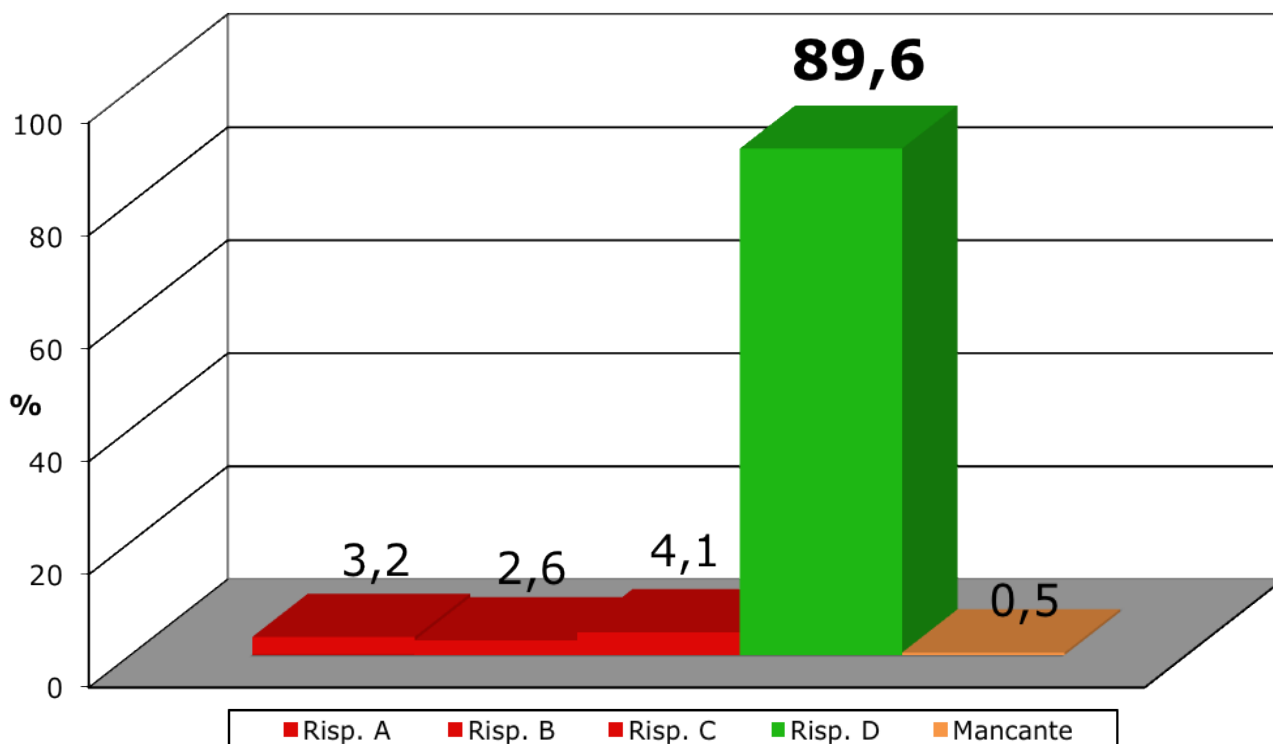
Quali sono gli sport preferiti da almeno 30 alunni ?

- A. Il calcio e il nuoto
- B. Il basket e lo sci
- C. Il nuoto e lo sci
- D. Il calcio e la pallavolo

Ambito disciplinare Misura, Dati e Previsioni
Prestazione richiesta Ricavare informazioni dalla lettura di un grafico a barre
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv. 3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale: sport
Oggetti di valutazione Rappresentazione di dati (tabelle, grafici, ...)

2. Analisi dei risultati dell'item 21

Domanda 21



3. Commento dell'item 21

La formulazione del quesito è semplice ed è accompagnata da un istogramma che fa riferimento ad indagini statistiche comunemente svolte fra gli alunni della scuola primaria.

Per rispondere correttamente gli alunni devono innanzitutto conoscere il significato del termine **"almeno"** che qui si traduce "come minimo 30". Successivamente devono individuare il valore mancante "30" sull'asse verticale del grafico per ricercare i due sport preferiti dal campione.

L'alta percentuale di risposte esatte (90%) evidenzia la capacità degli alunni di compiere una corretta lettura di questo grafico.

I ragazzi che hanno scelto il distrattore A non hanno saputo individuare il valore mancante o non conoscono il significato del termine "almeno".

Coloro che hanno scelto i distrattori B e C molto probabilmente hanno attribuito al termine "almeno" il significato di "meno di": gli sport indicati sono infatti tutti preferiti da un numero di alunni minore di 30.

















1. Analisi dell'item 22

D22. Alberto lavora al centralino di un'azienda.

La seguente tabella riporta mese per mese le telefonate ricevute nel 2009.

Mesi	Numero di telefonate	Mesi	Numero di telefonate	Mesi	Numero di telefonate
Gennaio	2050	Maggio	2100	Settembre	1800
Febbraio	1100	Giugno	1600	Ottobre	1600
Marzo	1500	Luglio	1000	Novembre	1500
Aprile	1800	Agosto	600	Dicembre	900

Indica se ciascuna affermazione è vera o falsa.

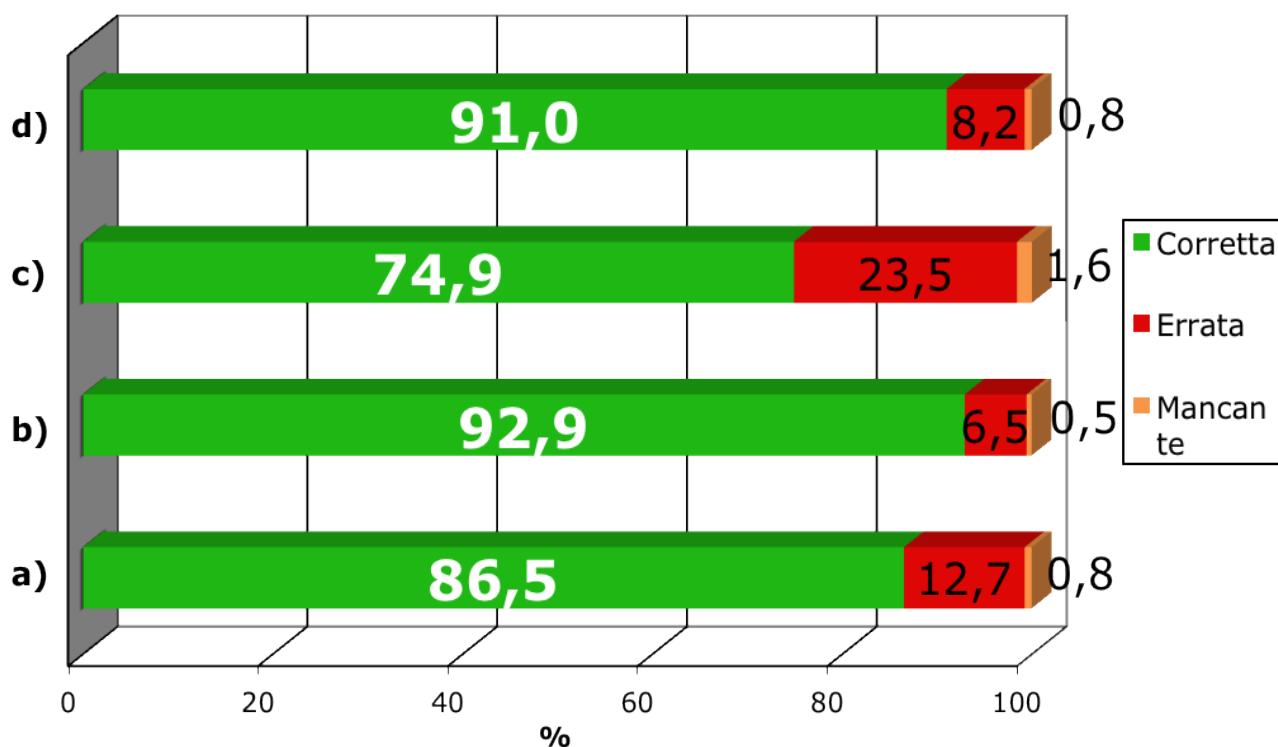
- a. Nel mese di aprile ha ricevuto tante telefonate quante in novembre.
- Vero 
- Falso 
-  Non valida  Mancante
- b. Il mese in cui ha ricevuto più telefonate è stato maggio.
- Vero 
- Falso 
-  Non valida  Mancante
- c. Nella prima metà dell'anno ha ricevuto più telefonate che nella seconda metà.
- Vero 
- Falso 
-  Non valida  Mancante
- d. Nel mese di agosto ha ricevuto meno di 1000 telefonate.
- Vero 
- Falso 
-  Non valida  Mancante

Ambito disciplinare Misura, Dati e Previsioni
Prestazione richiesta Usare informazioni dai dati rappresentati in tabella, per validare un'affermazione
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv. 3)
Tipo di quesito Vero/Falso
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Rappresentazione di dati (tabelle, grafici, ...)

2. Analisi dei risultati dell'item 22

Domanda 22 (V/F)

(sequenza a:F b:V c:V d:V)



3. Commento dell'item 22

Il quesito fa riferimento ad un'indagine statistica e si avvale di una tabella di dati numerici, caratteri quantitativi, registrati mese per mese.

Gli alunni devono indicare se le affermazioni riferite ai dati in tabella siano vere o false.

L'affermazione a) contiene l'espressione "tante quante" che invita ad un confronto numerico fra due mesi indicati in tabella: tale relazione è correttamente interpretata dall'86,5% di questi alunni, mentre l'12,7%

dimostra di non saper riconoscere il comparativo di uguaglianza.

Nell'affermazione b) gli alunni devono individuare in tabella il mese con più telefonate e successivamente indicare il valore di verità della proposizione. Risponde correttamente un buon 92,9%.

Anche l'affermazione c) contiene il termine "più": in questo caso però, gli alunni devono confrontare il numero di telefonate non dei singoli mesi ma dei due semestri dell'anno.

Per rispondere correttamente devono prima calcolare le corrispondenti somme e poi compararne i risultati ottenuti. L'alta percentuale di errori (23,5%) conferma la maggior difficoltà della domanda c) rispetto alle altre.

L'affermazione d) contiene il termine di paragone "meno di". Gli alunni hanno il compito di verificare in tabella se nel mese di agosto vengono registrate meno di 1000 telefonate.

Le risposte corrette sono 91,0%. Le risposte errate pari al 8,2% molto probabilmente sono da attribuirsi alla mancata conoscenza del significato elementare dei termini di comparazione presenti nelle quattro affermazioni.

1. Analisi dell'item 23

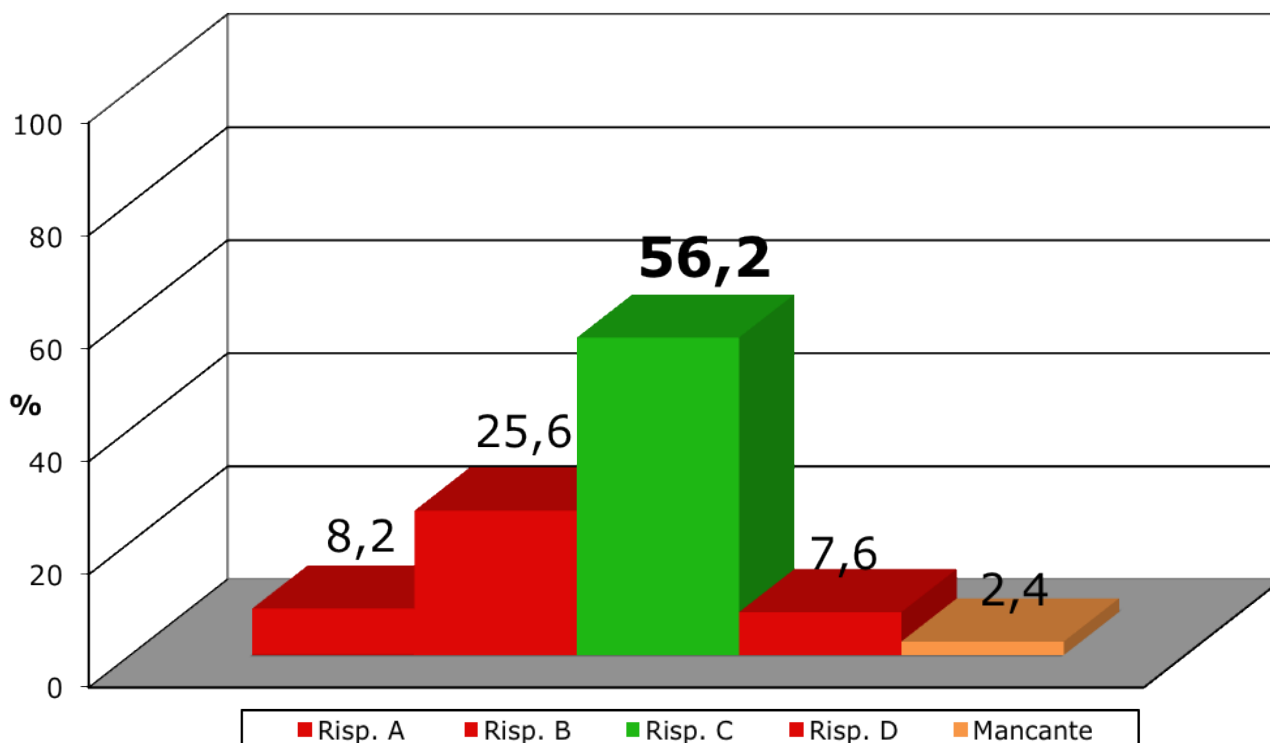
D23. Il treno “Freccia Verde” ha viaggiato dalle 21,30 alle 6,30 del giorno dopo. Il treno “Freccia Rosa” ha viaggiato dalle 9,15 alle 12,15. Le ore di viaggio della “Freccia Rosa” sono:

- A. il doppio di quelle della Freccia Verde
- B. la metà di quelle della Freccia Verde
- C. un terzo di quelle della Freccia Verde
- D. tre volte quelle della Freccia Verde

Ambito disciplinare Relazioni e Funzioni
Prestazione richiesta Operare con misure di grandezze per risolvere un problema e cogliere relazioni fra loro (raddoppiare, dimezzare, triplicare, ...)
Livello di competenza Analizzare una situazione problema e organizzare un procedimento risolutivo (liv. 4)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Grandezze direttamente e inversamente proporzionali

2. Analisi dei risultati dell'item 23

Domanda 23



3. Commento dell'item 23

Il quesito è espresso in modo chiaro e fa riferimento alla conoscenza delle misure sessagesimali utili per misurare la grandezza "tempo".

Per la risoluzione gli alunni devono saper individuare ed eseguire correttamente le operazioni necessarie per ricavare gli intervalli di tempo, durata dei viaggi dei due treni, e saper rapportare i risultati ottenuti espressi in ore.

Per ricavare la durata del viaggio del treno "Freccia Verde" gli alunni possono scegliere percorsi diversi. a) Sottrarre dalle ore 24 l'ora di partenza 21.30 e poi sommare la differenza ottenuta con le ore 6.30 d'arrivo; b) aggiungere per nove volte un'ora dalle 21.30 alle 6.30.

Anche per calcolare la durata del viaggio del treno "Freccia Rosa", gli alunni possono procedere, simulando l'orologio, aggiungendo un'ora per tre volte fino alle ore 12.15. Oppure eseguire la sottrazione fra l'ora di arrivo e l'ora di partenza, che in questo caso cadono nello stesso giorno.

Solo dopo aver ricavato i due intervalli di tempo corrispondenti alla durata dei due viaggi, nove ore e tre ore, gli alunni potranno calcolarne il rapporto 3/9. Solo il 55,9 % dei ragazzi ha risposto correttamente.

Preoccupa, nel complesso, che il 33,8% delle risposte siano concentrate tra i distrattori A. e B. lontani dalla risposta corretta.

Un'ipotesi di interpretazione degli errori può essere la seguente: di fronte all'incapacità di risolvere questo quesito gli alunni hanno messo a confronto le ore di partenza dei due treni, 21.30 e 9.15, trovandole simili: si tratta infatti delle ore 9 pm e 9 am. Dopodiché, confrontando le ore di arrivo dei treni, hanno valutato la prima (6.30) metà della seconda (12.15). Così facendo hanno ritenuto giuste le uniche risposte che presentano rapporti di metà o di doppio.

Si ritiene che gli allievi della scuola primaria molto raramente affrontano quesiti di questo tipo, oltretutto sono disabituati alla lettura del quadrante analogico a favore di un quadrante digitale che probabilmente non li aiuta a rappresentare mentalmente lo scorrere del tempo.

Le esercitazioni con gli orari ferroviari possono esser loro di aiuto.

1. Analisi dell'item 24

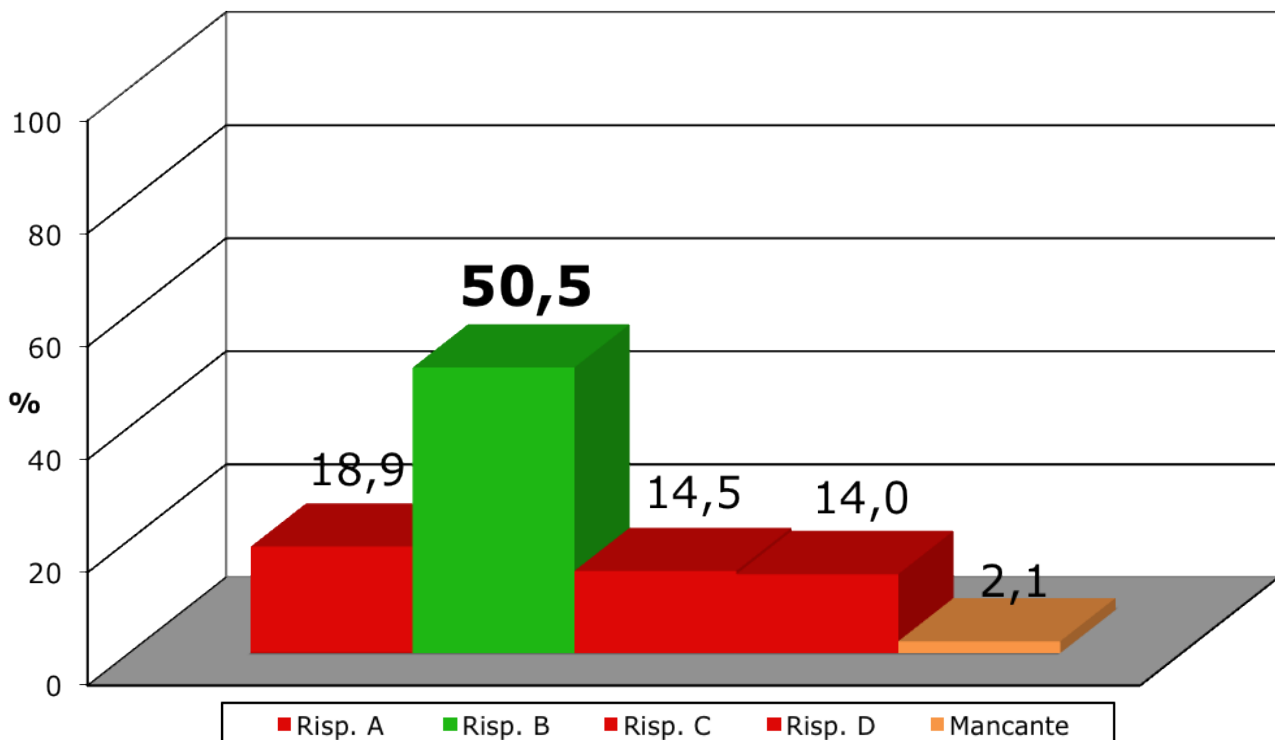
D24. Jasmine riesce a leggere 4 pagine del suo libro in 15 minuti. Se legge senza interruzione per un'ora e mezza, quante pagine leggerà?

- A. 16 pagine
- B. 24 pagine
- C. 32 pagine
- D. 60 pagine

Ambito disciplinare Relazioni e Funzioni
Prestazione richiesta Risolvere un problema di proporzionalità diretta
Livello di competenza Analizzare una situazione problema e organizzare un procedimento risolutivo (liv. 4)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Grandezze direttamente e inversamente proporzionali

2. Analisi dei risultati dell'item 24

Domanda 24



3. Commento dell'item 24

La risposta al quesito, correttamente formulato, richiede all'allievo la conoscenza delle misure di tempo, ma soprattutto la capacità di riportare "quindici minuti" o "quarti d'ora" a "un'ora e mezza", per poi operare con il valore (6) del rapporto.

Per oltre la metà degli allievi il quesito ha costituito una vero e proprio ostacolo.

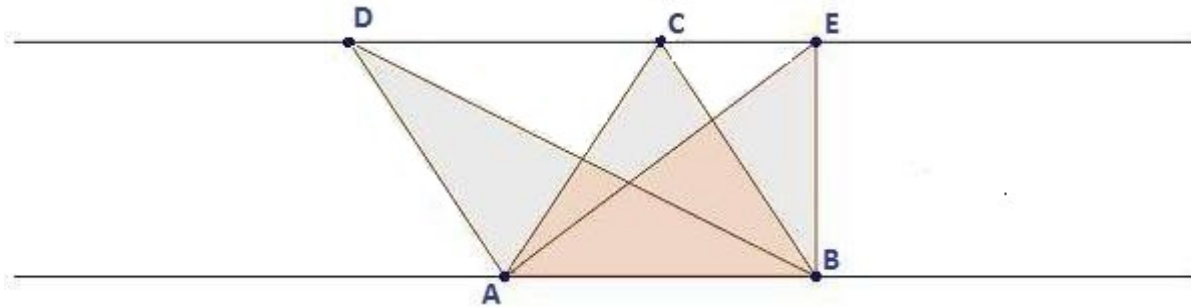
Il distrattore D, scelto da quasi il 14,5% degli allievi, più degli altri pare indicare che questi alunni non hanno messo in atto una strategia risolutiva corretta. Si può ritenere, infatti, che abbiano scelto le "60 pagine", come risultato della moltiplicazione dei due numeri presenti 4 e 15.

Probabilmente gli alunni che hanno scelto i distrattori A o C, non sono stati in grado di dare un esatto significato (30 minuti) alla parola "mezza", dato che il primo distrattore rappresenta le pagine lette in un'ora ed il secondo quelle lette in due ore.

Il fatto che metà degli alunni al termine della scuola primaria non sappia risolvere un problema di questo tipo solleva perplessità sul tipo di rapporto apprendimento/insegnamento, pertanto docenti dovrebbero aiutare i loro allievi a comprendere e ad operare con le misure di tempo, sfruttando progressive e facili situazioni problematiche, anche di tipo laboratoriale.

1. Analisi dell'item 25

D25. Osserva i tre triangoli ABC, ABD, ABE.
Indica se ciascuna affermazioni è vera o falsa.



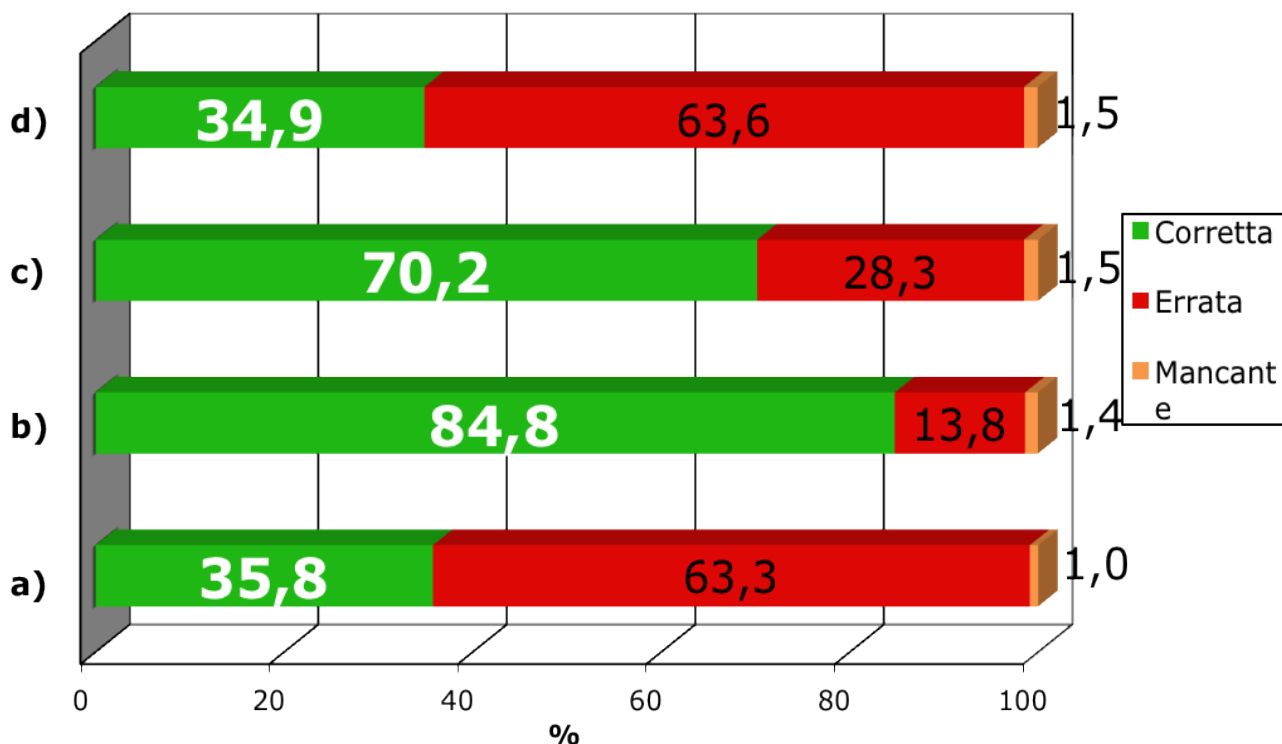
- a. Il triangolo ABC è quello che ha l'area maggiore. Vero
 Falso
- b. I tre triangoli hanno lo stesso perimetro. Vero
 Falso
- c. I tre triangoli hanno un lato in comune. Vero
 Falso
- d. I triangoli ABD e ABE hanno la stessa area. Vero
 Falso

Ambito disciplinare Spazio e Figure
Prestazione richiesta Confrontare triangoli in base a perimetro, area, lati
Livello di competenza Utilizzare una conoscenza (liv. 2)
Tipo di quesito Vero/Falso
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Equivalenza tra figure

2. Analisi dei risultati dell'item 25

Domanda 25 (V/F)

(sequenza a:F b:F c:V d:V)



3. Commento dell'item 25

Sia il testo del quesito, sia la figura che lo accompagna sono chiari.

Le conoscenze e le capacità utili a fornire le risposte corrette, dovrebbero essere acquisite al termine della scuola primaria: triangoli aventi stessa base e stessa altezza sono equamente estesi.

Dalle percentuali di risposte fornite dagli alunni, subito si evidenzia che comparare i perimetri per gli allievi è risultato molto più facile che eseguire il confronto tra le aree.

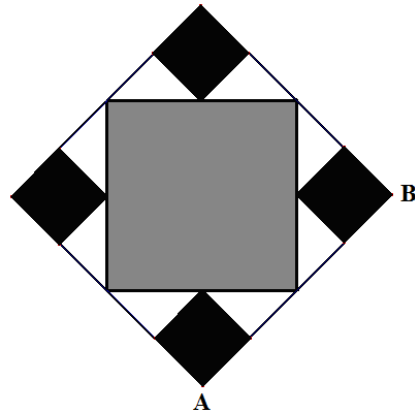
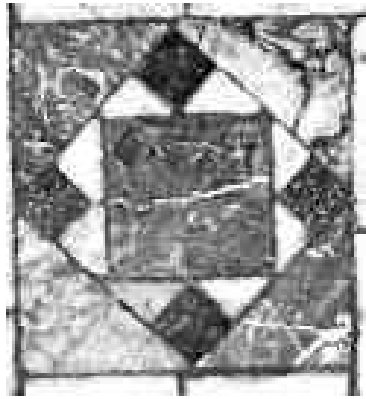
E' risultata troppo alta: circa il 65% la percentuale degli allievi che non è in grado di riferire che i tre triangoli hanno la stessa area.

Probabilmente ciò può essere in parte considerato un misconcetto, che riguarda non solo l'apprendimento degli alunni, ma anche, se non soprattutto, le modalità di insegnamento nel corso dei cinque anni della scuola primaria.

Forse tale argomento è stato affrontato puntando fortemente sulla formula per la ricerca dell' area del triangolo senza mai mostrare una figura come quella presente in questa domanda n.25.

1. Analisi dell'item 26

Le immagini che seguono rappresentano un motivo del pavimento della Basilica di San Marco di Venezia e la sua schematizzazione geometrica.



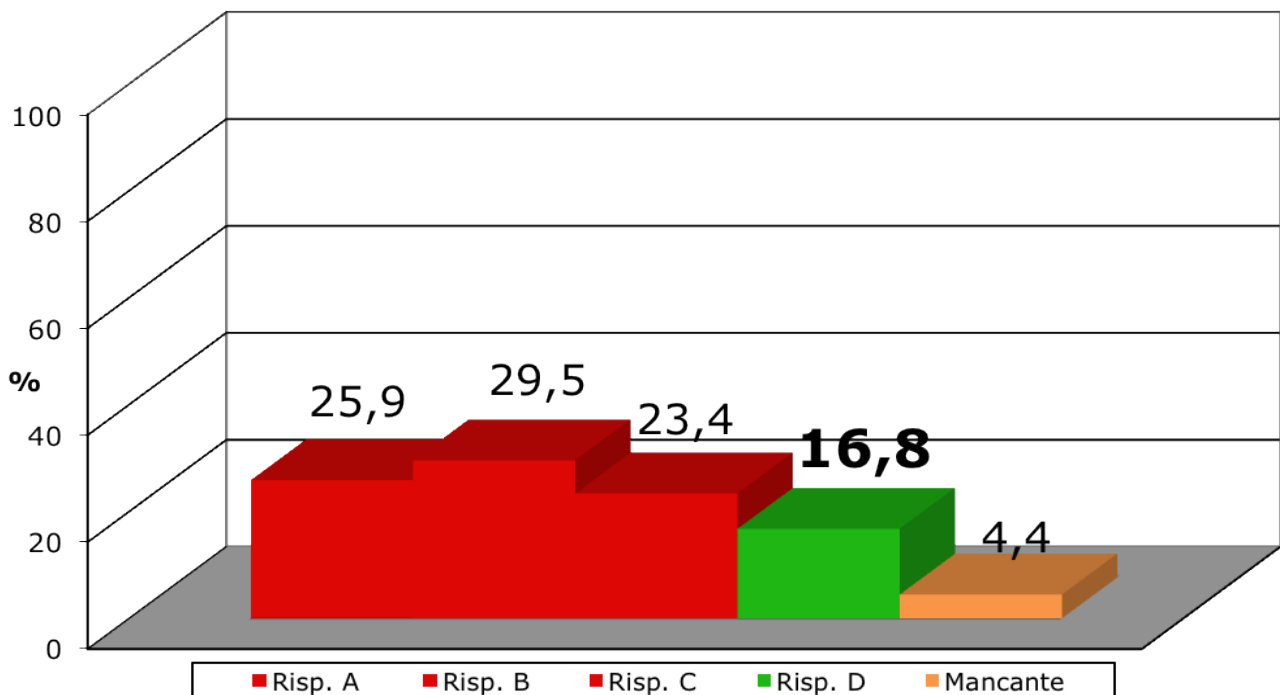
AB misura 40 cm: quanto misura l'area del quadrato grigio interno?

- A. 100 cm^2
- B. 200 cm^2
- C. 400 cm^2
- D. 800 cm^2

Ambito disciplinare Spazio e Figure
Prestazione richiesta Confrontare parti di una figura piana, per ricavare dati utili al calcolo dell'area
Livello di competenza Analizzare una situazione problema e organizzare un procedimento risolutivo (liv. 4)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Vita reale
Oggetti di valutazione Rapporti tra figure piane

2. Analisi dei risultati dell'item 26

Domanda 26



3. Commento dell'item 26

Il quesito presenta un testo non continuo, anche se formulato in modo non scorretto, presenta però alcune difficoltà di interpretazione per l'allievo.

La rappresentazione del pavimento nella figura di sinistra, disegno o fotografia, differisce per dimensioni dalla "schematizzazione" usata a destra. Il lato AB nella figura di destra è pressoché congruente al lato del quadrato della figura di sinistra. Il lato del quadrato grigio interno di cui si chiede di indicare l'area è più corto nella figura di sinistra rispetto a quello di destra.

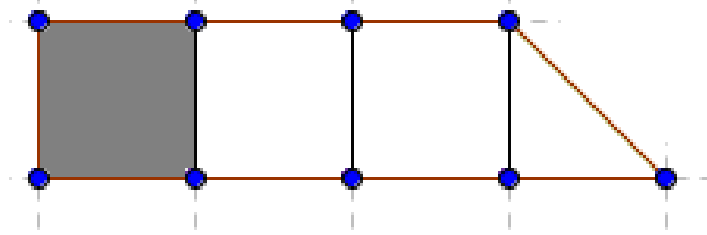
Le diverse dimensioni tra la figura di destra e quella di sinistra possono aver ingenerato nell'alunno alcune difficoltà, in qualche modo aggiuntive rispetto alla richiesta. Non è affatto da escludere che la possibile "confusione" tra le figure alteri la validità statistica delle risposte fornite.

Ci si può legittimamente chiedere: se fosse stata presentata soltanto la figura di destra, i risultati statisticamente avrebbero avuto lo stesso andamento? Forse più facilmente gli allievi potevano pervenire a comprendere che l'area del quadrato grigio interno è la metà di quello individuato dal lato AB.

Emerge comunque la preoccupazione che oltre l'80% degli allievi non sia riuscito a fornire la risposta esatta. Ciò induce sempre più a considerare l'importanza, a questi livelli di scolarità, di un insegnamento che veda la matematica non scissa da situazioni o da esperienze reali. In questo senso l'esempio del pavimento della Basilica di San Marco di Venezia può essere paradigmatico di un modo nuovo di presentare situazioni geometriche problematiche legate alla realtà.

1. Analisi dell'item 27

D27. Quale frazione della figura rappresenta la parte in grigio?

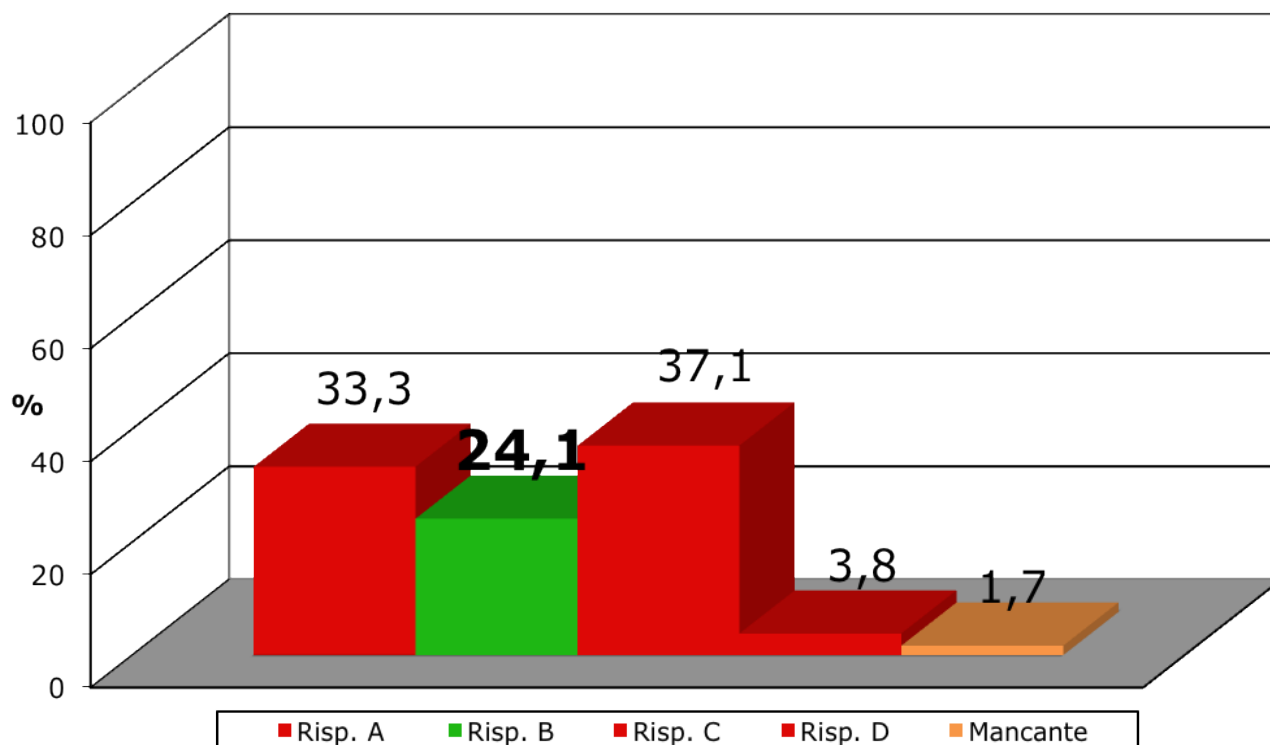


- A. $\frac{4}{1}$
- B. $\frac{7}{2}$
- C. $\frac{3}{1}$
- D. $\frac{2}{5}$

Ambito disciplinare Numero
Prestazione richiesta Riconoscere, in una rappresentazione grafica, la parte indicata rispetto al tutto ed esprimerla con una frazione
Livello di competenza Ricevere ed interpretare un'informazione (liv. 3)
Tipo di quesito A scelta multipla su quattro opzioni
Contesto Intramatematico
Oggetti di valutazione Frazione come parte rispetto al tutto

2. Analisi dei risultati dell'item 27

Domanda 27



3. Commento dell'item 27

La domanda è chiaramente formulata ed il disegno è ben intellegibile.

Per giungere alla scelta corretta, l'allievo deve individuare qual è "l'unità frazionaria" da adottare, il triangolo rettangolo avente per ipotenusa il lato obliquo.

Se per ciascuno dei tre quadrati della figura, si conducono idealmente le diagonali parallele al lato obliquo, si ottengono sette triangoli congruenti, di cui due compongono la parte in grigio.

E' decisamente troppo modesta la percentuale degli allievi che hanno fornito la risposta corretta (neppure un allievo su quattro).

Circa il 70 % degli alunni hanno scelto i distrattori A e C, che presentano una frazione con numeratore 1. Emerge, dunque, che la maggior parte di essi identifica il quadrato come unità frazionaria in cui è diviso il tutto.

Il distrattore A ($1/4$) con il suo denominatore rivela chiaramente che gli alunni hanno individuato solo quattro parti distinte (i tre quadrati ed il triangolo) che formano la figura.

Il distrattore C ($1/3$) con il suo denominatore rivela chiaramente che gli alunni hanno considerato solo i tre quadrati congruenti presenti nella figura non tenendo conto del triangolo.