

*Apprendimento matematico: competenza e disabilità nella soluzione dei problemi*

Maria Chiara Passolunghi

Università di Milano – Bicocca

Publicato su: (2004) *Difficoltà in Matematica*, 1 (1), 27-39

## Introduzione

Il tema di questo articolo riguarda l'analisi dei processi cognitivi e metacognitivi sottostanti l'esecuzione di un compito matematico, con particolare riferimento all'abilità di soluzione di un problema aritmetico. Verranno inoltre prese in esame recenti ricerche relative alla relazione fra abilità di memoria di lavoro (processi d'inibizione e di aggiornamento) e il successo nella soluzione dei problemi. L'esposizione sarà guidata da queste domande: "Cosa avviene nella mente di un individuo mentre cerca di risolvere una situazione problematica? Quali sono i processi mentali sottostanti a tale tipo di attività cognitiva? Quali sono le abilità che differenziano un abile solutore da chi trova invece notevoli difficoltà?".

I primi lavori significativi e sistematici riguardanti l'analisi dei processi di soluzione degli esseri umani sono stati compiuti da psicologi il cui ambito di ricerca può essere ricondotto alla teoria della Gestalt (per un rassegna si veda Lucangeli e Passolunghi, 1995). Tali ricercatori si sono concentrati sullo studio di situazioni problematiche in cui, per poter raggiungere il successo, è cruciale la comprensione di un singolo passaggio. Più recentemente, all'interno dell'approccio teorico dell'elaborazione delle informazioni nell'uomo, tale studio si è focalizzato sui problemi "*step by step*" (passo dopo passo), in cui la soluzione viene raggiunta in seguito ad una serie di passaggi successivi, in cui però non è individuabile alcun punto particolarmente determinante.

Per individuare le abilità implicate nei processi di soluzione talvolta viene usata la procedura dell'"analisi introspettiva", ossia un'attenta auto-analisi dei processi mentali messi in atto quando si cerca di giungere alla soluzione. Tale analisi, ha però notevoli limiti, in particolar modo dovuti alla scarsa possibilità di controlli oggettivi (per un approfondimento delle tematiche della valutazione dei processi cognitivi e metacognitivi si veda Passolunghi e De Beni, 2001). Inoltre, nel caso di compiti la cui esecuzione è molto rapida o automatica, è estremamente difficile rendere chiaramente evidente al pensiero cosciente e consapevole quali sono le strategie adottate. Un modo interessante

per superare queste difficoltà, particolarmente usato dagli psicologi della Gestalt, è stato quello di cercare di individuare quali siano gli ostacoli che rendono ardua la soluzione.

Per meglio chiarire questo aspetto prendiamo in esame l'esempio del "problema delle due corde" di Maier (1931). La situazione può essere così riassunta: dal soffitto di una stanza pendono due corde che devono essere annodate assieme, esse però sono così distanti l'una dall'altra che il soggetto non è in condizione di afferrarle contemporaneamente. Tra gli oggetti presenti e disponibili nella stanza vi sono una sedia, un barattolo e un paio di pinze. Uno dei tentativi più frequentemente utilizzati, ma che non conduce alla soluzione, è quello di salire sulla sedia. Una via di soluzione è invece quella di legare le pinze all'estremità di una delle due corde, fare oscillare la corda con il peso e quindi prendere la seconda. La difficoltà in questo caso consiste nel fatto che gli individui associano frequentemente le pinze alla loro funzione usuale. Per risolvere il problema è invece necessario pensare ad una funzione inusuale e diversa delle pinze: pensare di usarle come un peso. Il fenomeno per cui i soggetti fissano l'attenzione solo sulla rappresentazione usuale e consueta di un oggetto, e presentano una forte difficoltà a rappresentarlo in una funzione nuova, viene denominato "fissità funzionale". Spesso quindi un ostacolo al raggiungimento della soluzione è fissare l'attenzione su una funzione abituale e stereotipata di un elemento del problema.

Un altro tipo di impedimento alla soluzione (in un certo senso strettamente connesso con quello dovuto alla fissità funzionale) è quello che consiste "nell'autoporsi limiti" non necessari e non richiesti dal problema. Un'ulteriore ostacolo, molto comune, è dato dalla difficoltà di mantenere contemporaneamente presente l'informazione che il problema fornisce. Una delle cause è legata alla capacità limitata della memoria umana. Come sappiamo, la nostra memoria può elaborare un numero limitato di informazioni ed in certi casi può essere sovraccaricata dalla quantità delle informazioni proposte. In genere la quantità di informazione da tenere simultaneamente in memoria aumenta considerevolmente la difficoltà di soluzione di un problema. Questo è uno dei motivi per cui può essere utile utilizzare dei sussidi che facilitano la rappresentazione della situazione problematica (materiale strutturato e oggetti concreti nel caso degli alunni più piccoli,

rappresentazioni più astratte e sofisticate, quali diagrammi, equazioni, formule etc., con gli studenti più grandi ed esperti). Questi accorgimenti facilitano il mantenimento in memoria delle informazioni rilevanti per la soluzione e facilitano la costruzione di modello mentale in grado di rappresentare correttamente la situazione.

Infine un altro ostacolo al processo risolutivo è dato dagli "effetti dell'abitudine", per cui spesso si ripetono procedimenti tentati in precedenza, senza essere in grado di trovare una procedura che porti alla soluzione. Persistere e accanirsi nel cercare una soluzione a tutti i costi non sempre è la strategia più opportuna. In tali situazioni, la cosa migliore è accantonare il problema e riprenderlo in un tempo successivo. Nel corso dei tentativi iniziali di risoluzione di un problema i soggetti si orientano su determinati percorsi di ragionamento e fanno ricorso a particolari strutture di conoscenze. Se questo orientamento è appropriato i soggetti ottengono facilmente la soluzione, se invece l'orientamento non è appropriato, rimangono bloccati per tutta la prova su procedure non adeguate. Lasciare passare del tempo permette di ridurre l'influenza delle strutture inadeguate e può favorire l'emergere di un approccio nuovo in grado di condurre verso la soluzione. Il fenomeno per cui la soluzione appare improvvisamente chiara ed evidente, mentre si è impegnati in tutt'altro tipo di attività, viene denominato effetto dell'*incubazione*. Numerosi esempi di questo tipo sono riportati nell'autobiografia del matematico francese Poincaré.

### Situazioni problematiche e processi di pensiero

L'esempio del "problema delle due corde" è un tipico esempio di un problema *insight* (illuminazione improvvisa) situazione particolarmente studiata dalla teoria della Gestalt. Per raggiungere il successo è necessaria un'idea creativa, e la soluzione può essere trovata solo dopo aver operato un cambiamento di prospettiva nel considerare gli elementi disponibili. I problemi *insight* stimolano particolarmente un pensiero di tipo "produttivo", che porta ad un'idea nuova, originale mai sorta prima, piuttosto che un pensiero meramente "riproduttivo", limitato cioè

all'impiego di strategie già apprese nel passato. I ricercatori, ed in particolar modo Wertheimer che è stato il pioniere nello studio di tali problemi, sottolineano l'importanza di stimolare un pensiero "produttivo" e non solamente conoscenze di tipo "riproduttivo". Troppo spesso infatti alcuni comportamenti dei docenti indeboliscono, o addirittura ostacolano, le capacità spontanee e creative degli alunni. Wertheimer consiglia quindi di ridurre la ripetizione meccanica di procedure già apprese e di limitare le soluzioni già pronte: lo studente dovrebbe essere messo di fronte a compiti che deve cercare di risolvere da solo, ricevendo aiuti esterni solo quando ne ha realmente bisogno.

In contrapposizione alle situazioni *insight* vi è una tipologia di problemi definibili come "routinari", ossia situazioni problematiche già frequentemente affrontate e risolte, nelle quali viene in genere applicata un procedura risolutiva nota (cfr. VanLehn, 1989). I problemi routinari possono essere anche considerati una sorta di compito, in cui la tensione cognitiva verso la soluzione è decisamente ridotta e l'attenzione è soprattutto rivolta ad un'applicazione rigorosa di metodi appresi in precedenza. La differenza fra compiti e problemi non è strettamente determinata dal tipo di situazione, ossia non vi sono necessariamente situazioni che a priori sono da considerarsi problemi veri e propri piuttosto che compiti routinari. Una differenziazione fondamentale fra questi due tipi di situazioni è data dal "vissuto" dell'individuo. Nei problemi, quando finalmente si supera il punto cruciale e si sente finalmente di aver imboccato la via che porta alla soluzione, si ha la caratteristica sensazione di soddisfazione per l'avvenuta scoperta (*Aha Erlebnis*, sensazione di profonda gioia di chi trova improvvisamente la soluzione). Niente di tutto questo avviene con i compiti: in caso di successo il sentimento provato è solo di essere giunti al punto cercato, dopo una serie di tentativi più o meno difficoltosi.

Nel prossimo paragrafo prenderemo in esame il caso dei problemi aritmetici tipicamente proposti a scuola. Essi possono essere riconducibili alla tipologia dei problemi routinari. Nell'ambito del paradigma teorico dell'*Human Information Processing* (elaborazione delle informazioni nell'uomo) diviene rilevante osservare come viene elaborata l'informazione proposta nel problema. Questo approccio ipotizza che il processo di soluzione possa essere suddiviso in un certo numero di stadi.

All'interno di ogni stadio si possono distinguere vari processi cognitivi ognuno caratterizzato da un particolare tipo di conoscenza, generale e/o specifica, necessaria per pervenire alla soluzione.

### Problemi aritmetici di tipo verbale

Buona parte dei problemi scolastici si caratterizzano per essere situazioni di tipo routinario in cui la situazione problematica viene proposta linguisticamente e la soluzione può essere raggiunta tramite una serie di operazioni aritmetiche. Mayer e collaboratori (Mayer, 1983; 1998; Mayer, 1987; Mayer, Larkin, e Kadane, 1984), nell'ambito del quadro teorico dell'Human Information Processing, individuano alcune categorie di processi cognitivi messi in atto durante la soluzione di questo tipo di quesiti.

Il processo di soluzione ha inizio con la "codifica del problema" che è a sua volta suddivisa in:

- a) *traduzione*
- b) *integrazione.*

Successivamente vi è il "processo di ricerca" per la soluzione costituito anch'esso da altre due fasi di elaborazione dell'informazione:

- c) *pianificazione*
- d) *calcolo.*

Durante il *processo di traduzione*, ogni affermazione contenuta nel testo del problema viene trasformata da parte del soggetto in una rappresentazione semantica in memoria. Partendo dal testo verbale il potenziale solutore inizia a costruire una rappresentazione interna del problema. Secondo Mayer il processo di traduzione del testo del problema richiede due tipi di conoscenza, una di tipo linguistico, e cioè comprendere il significato di ogni espressione del problema, e una conoscenza di tipo semantico, per cui il soggetto è in grado di inferire le implicazioni di una determinata espressione.

Durante *il processo di integrazione*, il soggetto cerca di mettere assieme in una rappresentazione coerente tutte le varie frasi del testo. Per completare la rappresentazione, il solutore deve quindi integrare le differenti parti del problema in una struttura unitaria. Si è osservato come la conoscenza dello schema, o del tipo di problema, sia necessaria per connettere l'informazione in un tutto comprensibile. Mayer et al. (1984) hanno inoltre individuato che i problemi con alta frequenza, in particolare quelli più usati nei principali libri di testo, sono più facili da rappresentare in memoria rispetto a quelli con bassa frequenza, probabilmente perché la familiarità aiuta ad integrare meglio le informazioni. In relazione alla fase d'integrazione delle informazioni e conseguente formazione di un modello mentale del problema, vari studi sperimentali hanno messo in luce il ruolo del processo di "categorizzazione", ossia dell'individuazione della categoria generale alla quale il problema può appartenere (Hinsley, Hayes, e Simon, 1977; Passolunghi, 1999; Passolunghi, Lonciari, e Cornoldi, 1996). Tale processo permette di riconoscere la struttura profonda del testo, il suo "schema" matematico. Facendo un esempio, due problemi apparentemente diversi possono descrivere due differenti situazioni (e.g. uno il peso di una serie di contenitori, e un altro le età di alcuni individui). La struttura superficiale dei testi è quindi diversa, essi però possono avere identica struttura profonda, ossia richiedere le medesime operazioni aritmetiche per raggiungere la soluzione. Tali studi hanno messo in evidenza come l'utilizzazione dello schema del problema sia un processo fondamentale per connettere fra di loro le informazioni del problema e per permettere la selezione di quelle rilevanti per giungere alla soluzione. Il riconoscimento di un modello familiare nel testo presentato facilita inoltre gli individui in un accesso rapido alle procedure risolutive. Sembra infatti che soggetti esperti abbiano agevolmente disponibile l'intera struttura del problema, che permette loro di raggiungere la soluzione in modo più veloce (Berger e Wilde, 1987; Larkin, McDermott, Simon, e Simon, 1980).

Durante *il processo di pianificazione*, il soggetto deve ricercare nella sua memoria, all'interno dello spazio del problema, la strada per la soluzione. Secondo Mayer il processo di pianificazione presuppone una conoscenza strategica che si riferisce all'abilità del soggetto di costruire e

monitorare il piano di soluzione, e riconoscere quindi quali operatori applicare e il momento opportuno in cui applicarli (cfr. Mayer, 1987). Per quanto riguarda il successo nella pianificazione due sono le condizioni necessarie: in primo luogo il soggetto deve essere in grado di generare dei sotto-obiettivi senza agire direttamente su di essi, in secondo luogo la memoria di lavoro deve avere delle risorse sufficienti per poter mantenere attiva e facilmente disponibile la struttura delle mete da raggiungere.

Dopo la rappresentazione del problema in memoria e l'individuazione del piano di soluzione, ha luogo il *processo di calcolo*, in cui il solutore identifica quali sono le operazioni per ottenere i differenti sotto-obiettivi. Per eseguire le operazioni è necessaria la conoscenza degli algoritmi di calcolo (ad esempio la tecnica delle quattro operazioni di base). Secondo Mayer (1987) accade solitamente che nell'educazione matematica la conoscenza degli algoritmi di calcolo è decisamente enfatizzata, mentre si presta minor attenzione ad altre forme di conoscenza matematica quali quelle relative allo schema del problema, alla conoscenza strategica, ed alle conoscenze di tipo linguistico.

#### Abilità metacognitive

Oltre a questi processi mentali su cui la ricerca cognitivista si è focalizzata, alcuni ricercatori hanno considerato la possibilità che abilità sovraordinate di tipo metacognitivo possano influenzare in modo causale la prestazione. Si è infatti verificato come buoni solutori, rispetto a solutori meno abili, possiedano un livello più alto di capacità metacognitive che permette loro di analizzare in modo migliore la struttura del compito, di scegliere in modo flessibile le strategie più adatte e di utilizzare in modo maggiormente produttivo le risorse cognitive. In particolare Ann Brown (1978) ha ipotizzato alcuni processi metacognitivi di controllo implicati nella soluzione di un problema, in particolare le capacità di:

- Prevedere se si è in grado di risolverlo (previsione)

- Identificare un progetto di soluzione (progettazione)
- Tenere sotto controllo il processo risolutivo (monitoraggio)
- Valutare il risultato conseguito (valutazione)

In alcuni nostri studi abbiamo indagato il peso che le abilità di comprensione, categorizzazione, pianificazione e metacognizione possono avere sull'abilità di soluzione di problemi usualmente proposti nel contesto scolastico (Passolunghi, 1999; Passolunghi, et al., 1996). Dall'esame della letteratura era ipotizzabile che soggetti esperti nella risoluzione di problemi presentassero buone abilità cognitive relative alla comprensione del testo, ed anche una buona abilità di categorizzazione, che permette di individuare la categoria alla quale il problema può appartenere. Soggetti non abili, oltre ad essere carenti in queste abilità, potrebbero essere scarsamente capaci di sviluppare processi sovraordinati che permettono un controllo consapevole nell'uso delle procedure. I risultati ottenuti hanno confermato le ipotesi: in particolare il miglior predittore del successo nella risoluzione dei problemi si è rivelato il possesso dello schema del problema, seguito dall'abilità di comprensione del testo. Dopo l'iniziale processo di codifica del testo sembra quindi che i soggetti, durante il processo di ricerca della soluzione, riconoscano gli elementi del problema come riconducibili ad un problema familiare, recuperino le procedure di soluzione usate per quel tipo di problema e le applichino al problema proposto. Ovviamente la conoscenza dello schema è maggiormente applicabile a problemi di tipo routinario, quali possono essere considerati quelli verbali di tipo scolastico, mentre nei problemi in cui è più rilevante la richiesta di pensiero ipotetico deduttivo si riscontra in modo più significativo l'influenza delle abilità di pianificazione (Passolunghi, 1999). Si è inoltre evidenziato un rapporto fra le abilità metacognitive e l'abilità di risoluzione dei problemi. La metacognizione sembra avere un peso nella risoluzione dei problemi sia come "controllo" della capacità di categorizzazione e applicazione della conoscenza per schemi, sia come "conoscenza" metacognitiva (si veda Passolunghi, 2003).

## Abilità di memoria e soluzione dei problemi

Accanto all'influenza delle abilità cognitive e metacognitive è ragionevole chiedersi quale possa essere l'influenza della memoria sulla capacità di soluzione dei problemi. Chiaramente la soluzione di un problema matematico implica la necessità di una conoscenza concettuale relativa al significato delle operazioni aritmetiche e di una conoscenza delle procedure necessarie per eseguirle.

Ciononostante è possibile che queste abilità da sole non siano sufficienti per sviluppare un'elevata abilità nella soluzione. Prendendo in esame un problema matematico di tipo verbale possiamo supporre che l'influenza della memoria di lavoro sia rilevante persino quando il testo scritto del problema sia disponibile. Infatti la comprensione del problema richiede che le informazioni in ingresso siano integrate con le precedenti informazioni mantenute nel sistema della memoria di lavoro il cui ruolo è necessariamente coinvolto anche nello sviluppo della rappresentazione mentale della situazione problematica.

Il sistema della memoria di lavoro viene ipoteticamente concettualizzato come una sorta di "spazio di lavoro" in cui sono accessibili e attive una serie di informazioni disponibili per essere manipolate; per poter essere utilizzabili esse devono però aver superato un certo livello di attivazione (Baddeley, 1996; Cowan, 1995). Il modello multicomponenziale della memoria di lavoro proposto da Baddeley (1986; 1996) individua una componente sovraordinata, l'esecutivo centrale, che controlla e coordina l'attività e il flusso di informazioni elaborate da due sottosistemi: il loop articolatorio e il taccuino visuo spaziale. Il loop articolatorio è coinvolto nell'immagazzinamento temporaneo dell'informazione verbale, che può essere mantenuta in memoria attraverso un processo di ripetizione subvocalica, mentre il taccuino visuo-spaziale è coinvolto nell'immagazzinamento temporaneo dell'informazione visuo-spaziale e ha un ruolo rilevante nella generazione e manipolazione delle immagini mentali.

Mentre sono numerose le ricerche che hanno indagato l'influenza della memoria sulla competenza nella comprensione di un testo, relativamente ancora pochi sono gli studi che hanno

preso in esame la relazione fra memoria e soluzione dei problemi. Vi è inoltre la necessità di individuare meccanismi specifici in grado di spiegare la prestazione carente nei compiti di memoria di lavoro di chi ha difficoltà nella soluzione dei problemi. Prendendo come riferimento teorico le ricerche che hanno indagato la relazione fra memoria di lavoro e comprensione del testo ricordiamo che Hasher e Zacks (1988), suppongono che ad influenzare la comprensione non sia la capacità della memoria di lavoro (e.g. la "quantità" di informazione che può essere mantenuta in memoria), ma sia il modo in cui vengono trattate le informazioni e più in particolare la capacità ad inibire le informazioni irrilevanti.

Per verificare tale ipotesi nel caso di alunni con difficoltà di soluzione dei problemi matematici Passolunghi, Cornoldi, e De Liberto (1999) hanno messo a confronto, in uno studio longitudinale, le capacità di un gruppo di solutori non abili, ma con buone abilità intellettive, con quelle di buoni solutori. I risultati hanno evidenziato che in compiti di memoria di lavoro i solutori non abili hanno un minor ricordo delle informazioni rilevanti e contemporaneamente un ricordo più elevato delle informazioni irrilevanti. Ciò può comportare un sovraccarico delle informazioni contenute in memoria e un uso inefficiente delle risorse disponibili. Sembra quindi che le difficoltà siano legate ad un deficit di tipo strategico, legato al modo in cui si elabora e controlla l'informazione. Un aspetto interessante è che la stessa tipologia di ricordo si osserva anche quando il gruppo di alunni non abili deve ricordare il testo di un problema aritmetico: anche in questo compito essi ricordano un minor numero di informazioni rilevanti e un maggior numero di informazioni irrilevanti.

Passolunghi et al. (1999) ipotizzano che nella soluzione di un problema la componente relativa all'esecutivo centrale del modello di Baddeley (1986; 1996) potrebbe essere più specificatamente coinvolta di quella del loop articolatorio proprio perché la soluzione non implica solamente il mantenimento dell'informazione data, e quindi una reiterazione del materiale verbale, ma richiede anche il suo controllo. L'informazione viene valutata in base alla sua rilevanza, conseguentemente selezionata o inibita, e le informazioni ritenute rilevanti vengono integrate tra loro. Un ricordo carente o distorto del problema può avere così un effetto negativo sulla sua rappresentazione

mentale e conseguentemente può influire sulla correttezza della soluzione. Si è osservato infatti che, pur avendo a disposizione il testo scritto, i problemi risolti in modo più corretto sono quelli di cui si è avuto un ricordo migliore (Passolunghi e Cornoldi, 2000).

Passolunghi e Siegel (2001; 2004) hanno verificato che il deficit di memoria di lavoro di alunni con difficoltà nella soluzione di problemi matematici è di tipo generale (riguarda sia compiti di memoria di lavoro che richiedono l'elaborazione di materiale verbale sia compiti che richiedono l'elaborazione di materiale numerico). I loro risultati sono quindi a sostegno di un'ipotesi di un deficit generale dei processi inibitori degli alunni con difficoltà nell'area matematica. L'alto numero di errori d'intrusioni nei compiti di memoria indica che i solutori non abili tendono a mantenere attiva in memoria dell'informazione che inizialmente è necessario elaborare, ma che poi deve essere scartata e soppressa. Si è inoltre osservato che il deficit non è limitato ai compiti di memoria di lavoro, ma è esteso anche ai compiti di memoria a breve termine, se l'informazione da ricordare è di tipo numerico. Non si evidenzia invece un peggioramento nei tipici test di memoria a breve termine se il ricordo riguarda l'informazione di tipo verbale (i.e. span di parole, in cui si deve ricordare nello stesso ordine di presentazione una serie crescente di parole). Una possibile interpretazione di questi dati è che gli studenti con difficoltà nell'area matematica hanno un accesso più lento e difficoltoso alla rappresentazione di numeri nella memoria a lungo termine, ciò può condurre a velocità di conteggio più lenta e quindi anche uno span di ricordo dei numeri inferiore (si veda anche Geary, 1990; 1993; Hitch e McAuley, 1991).

Influenza delle abilità di inibizione e aggiornamento (*updating*) nella soluzione dei problemi

Abbiamo illustrato precedentemente il modello di memoria di lavoro di Baddeley, fra le tipiche funzioni dell'esecutivo centrale vanno incluse le abilità di inibire le informazioni irrilevanti e di aggiornare le informazioni in ingresso (Miyake e Shah, 1999; Baddeley, 1996). Come abbiamo messo in luce nelle nostre ricerche la capacità di inibire le informazioni irrilevanti è strettamente

connessa al successo nella soluzione dei problemi. Durante la soluzione di un problema di tipo verbale è necessario infatti elaborare un notevole numero d'informazioni, dopo la loro elaborazione solo alcune, quelle rilevanti, devono essere mantenute attive in memoria, mentre le altre devono essere inibite e scartate. In particolare, l'integrazione delle informazioni rilevanti in una struttura coerente permette una corretta e completa rappresentazione mentale del testo del problema.

Finora, la relazione fra abilità di memoria di aggiornamento e capacità risolutiva non era stata specificatamente studiata. In un nostro recente lavoro abbiamo quindi voluto prendere in esame tale questione (Passolunghi e Pazzaglia, in press). L'attività di aggiornamento è un'attività complessa che richiede di attribuire differenti livelli di attivazione alle diverse unità di informazione che via via vengono presentate, per poter mantenere attivo solo un ristretto numero di elementi. Una tipica misura dell'abilità di updating è test di Morris e Jones (1990). Questo test richiede di sentire varie liste di lettere, le liste possono contenere un numero variabile di lettere (da 0 a 4). Il compito consiste nel ricordare *solo* le ultime 4 lettere della lista presentata. Considerato che il numero di lettere incluse nella lista non è noto, chi deve eseguire la prova è forzato ad aggiornare continuamente le informazioni in ingresso, per poter ricordare solo le 4 lettere finali. La nostra ipotesi è che anche un compito cognitivo più complesso, qual è la soluzione di un problema, richieda buone abilità di aggiornamento. Durante la comprensione di un problema la rappresentazione della situazione è arricchita non appena una nuova informazione è elaborata. E' possibile quindi che una nuova informazione porti a riconsiderare l'informazione precedente ed eventualmente a scartarla. Vi è una fine modulazione del meccanismo di attivazione e inibizione delle informazioni, che determina la costruzione del modello mentale del problema.

Nella nostra ricerca abbiamo quindi verificato sperimentalmente se i processi di aggiornamento siano effettivamente connessi con l'abilità di soluzione dei problemi e l'esecuzione di operazioni aritmetiche (Passolunghi e Pazzaglia, in press). Per verificarlo abbiamo messo a confronto due gruppi di studenti, selezionati in base alle loro abilità di memoria di aggiornamento, mediante una versione della prova di updating ideata da Palladino, Cornoldi, De Beni, e Pazzaglia (2002). Un

gruppo era quindi composto da studenti con alte abilità di updating, mentre l'altro comprendeva studenti con basse abilità di updating. Ai due gruppi così formati veniva richiesto di ricordare le informazioni rilevanti di una serie di problemi aritmetici, e di trovare la soluzione di un'altra serie simile. Gli studenti sono stati inoltre valutati per la loro abilità intellettuale, per la capacità di esecuzione di operazioni aritmetiche, e per il ricordo di span semplici (e. g. ricordo di parole o numeri, nello stesso ordine di presentazione).

Ci si aspettava che gli studenti con differenti livelli di abilità di updating avessero una prestazione differente nella soluzione e nel ricordo dei problemi, ed anche nelle abilità di calcolo. Al contrario ritenevamo che essi avrebbero potuto avere capacità simili per quanto riguarda il livello intellettuale. I risultati ottenuti sono stati a sostegno delle nostre ipotesi. Il gruppo con alte abilità di updating ha effettivamente risolto meglio i problemi proposti ed anche ha ricordato meglio le informazioni rilevanti. Inoltre i due gruppi hanno dimostrato un diverso livello nelle abilità di calcolo. L'esecuzione di un calcolo mentale a più cifre (e.g.  $24+36$ ) richiede il mantenimento in memoria di una serie di risultati parziali, un loro aggiornamento, sino al raggiungimento del risultato finale. In questa ricerca è stata valutata la capacità di calcolo scritto, che ipoteticamente potrebbe richiedere una scarsa abilità di updating. Noi crediamo tuttavia che la memoria di lavoro e le abilità di updating siano anche estremamente influenti anche nei compiti di calcolo presentati in forma scritta.

I risultati ottenuti sono stati ulteriormente avvalorati dal fatto che i due gruppi non differivano nel test intellettuale e nelle prove di span semplice. Il buon livello intellettuale del campione considerato rafforza infatti l'ipotesi che la relazione fra abilità di updating e soluzione dei problemi non può essere semplicemente spiegata in termini di livello intellettuale. Come conseguenza e in accordo con la precedente ricerca, si può affermare che le specifiche difficoltà nella soluzione dei problemi non sono dovute né a un generale deficit nelle capacità intellettive, né a un deficit di span di memoria, quanto piuttosto possono essere determinate da una difficoltà nell'elaborare, inibire e aggiornare le informazioni.

In sintesi, queste nostre ricerche hanno affrontato lo studio di alunni con difficoltà matematiche largamente trascurati dalla letteratura; i soggetti valutati sono infatti alunni, che pur avendo un livello intellettivo nella media, presentano delle difficoltà specifiche nell'apprendimento della matematica ed in particolare nella soluzione dei problemi matematici. Gli insegnanti riferiscono spesso casi di questo tipo, ed è forte la richiesta di conoscere le ragioni alla base di questa carenza per poter sviluppare adeguate strategie d'intervento. La verifica dell'incidenza delle abilità cognitive e in particolare della memoria sulla capacità degli alunni nel risolvere i problemi è quindi strettamente connessa con lo sviluppo di opportuni percorsi e tecnologie didattiche. Se una delle difficoltà degli alunni con deficit nella soluzione dei problemi è da ricondursi ad un problema strategico, metacognitivo, legato al modo in cui essi trattano le informazioni, e non tanto al numero di informazioni che sono in grado di mantenere in memoria, allora è utile sviluppare percorsi didattici che suscitino la riflessione cognitiva e l'uso di strategie volte a migliorare il ricordo delle informazioni pertinenti al compito (ad esempio un utile supporto tecnologico può essere costituito dal computer, utilizzato come strumento per potenziare tali strategie). E' utile aiutare gli alunni con difficoltà risolutive a migliorare non tanto la "quantità" di memoria e attenzione che devono mantenere nel tempo, quanto piuttosto ad elaborare strategie per scartare le informazioni non pertinenti ed irrilevanti, selezionando solo quelle rilevanti per il compito da eseguire. Si tratterebbe quindi di passare da una generica esortazione a impegnarsi di più, ad un'educazione metacognitiva volta a sviluppare specifiche strategie di controllo e supervisione (Passolunghi, 2001).

## Bibliografia

Baddeley (1986). *Working Memory*. Oxford, Oxford University Press. (Trad. it. La memoria di lavoro, Milano Cortina, 1990).

Baddeley, A.D. (1996). Exploring the central executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49a, 5-28.

Berger, D.E., e Wilde J.M. (1987), A task analysis of algebra word problems. In D.E. Berger, K. Pezdek and W.P. Banks (Eds.) *Applications of Cognitive Psychology: Problem solving, Education, and Computing*. Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.

Brown, A.L., (1978), Knowing where, and how to remember: A problem of Metacognition. In Glaser R. *Advances in instructional psychology*, 1, Erlbaum, Hillsdale.

Cowan. N. (1995). *Attention and memory: an integrated framework*. Oxford, Oxford University Press.

Geary, D.C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 363-383.

Geary, D.C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.

Hasher, L., e Zacks, R. (1988). Working memory, comprehension, and aging: A review and a new view. In G.H. Bower (Es.), *The Psychology of Learning and Motivation* (vol. 22), San Diego, CA: Academic Press.

Hasher, L., Stoltzfus, E.R., Zacks, R., e Rypma, B. (1991). Age and inhibition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 12, 323-335.

Hitch, G.J., e McAuley, E. (1991). Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology*, 91, 660-668.

Larkin, J.H., McDermott, J., Simon, D.P., e Simon, H.A. (1980). Expert and novice performance in solving physic problems. *Science*, 208, 1335-1342.

Lucangeli, D., e Passolunghi, M.C. (1995). *Psicologia dell'apprendimento matematico*. Torino, Utet.

Maier, N.F.R. (1931). Reasoning in humans: The solution of a problem and its appearance in consciousness. *Journal of Comparative Psychology*, 12, 181-194.

Mayer, R.E. (1983). *Thinking, Problem Solving, Cognition*. New York: W.H. Freeman and Company.

Mayer, R.E. (1987). Learnable aspects of problem solving: Some examples. In D.E. Berger, K. Pezdek & W.P. Banks (Eds.), *Applications of Cognitive psychology: Problem Solving, Education and Computing*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer, R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.

Mayer, R.E. , Larkin, J.H., e Kadane, J. (1984). A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. In R. Stenberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Morris, N., e Jones, D.M. (1990). Memory updating in working memory: The role of central executive. *British Journal of Psychology*, 81, 111-121.

Palladino, P., Cornoldi, C., De Beni, R., e Pazzaglia F. (2002). Working memory and updating processes in reading comprehension. *Memory & Cognition*, 29, 344-354.

Passolunghi, M.C. (1999). Influenza dell'abilità di pianificazione nella risoluzione dei problemi. *Età Evolutiva*, 62, 81-87.

Passolunghi, M.C. (2001). Componenti cognitive implicate nella soluzione di un problema matematico. *Psicologia dell'educazione e della formazione*, 75-89.

Passolunghi, M.C. (2003). Memoria, metacognizione e soluzione dei problemi. In O. Albanese (a cura di), *Metacognizione e apprendimento*, Franco Angeli.

Passolunghi, M.C. (in press). Working Memory and Mathematical disability. In *Working Memory and Neurodevelopmental Condition* (T. Packiam Alloway & S. Gathercole (Eds), Psychology Press.

Passolunghi, M.C., e Siegel, L.S. (2001). Short - term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 80, 44-57.

Passolunghi, M.C., e Siegel, L. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*.

Passolunghi, M.C., Cornoldi, C., e De Liberto, S. (1999). Working memory and inhibition of irrelevant information in poor problem solvers, *Memory and Cognition*, 27, 779-790.

Passolunghi, M.C., e Cornoldi, C. (2000). Working memory and cognitive abilities in children with specific difficulties in arithmetic word problem solving. In *Advances in Learning and Behavioral Disabilities*, 14, 155-178.

Passolunghi, M.C., e De Beni, R. (2001). *I test per la scuola. La valutazione psicologica ed educativa degli apprendimenti scolastici*. Bologna, Il Mulino.

Passolunghi, M.C., e Pazzaglia, F. (in press). Individual Differences in Memory Updating in relation to Arithmetic Problem Solving. *Learning and Individual Differences*.

Passolunghi, M.C., Lonciari, I. e Cornoldi, C. (1996). Abilità di pianificazione, comprensione, metacognizione e risoluzione di problemi aritmetici di tipo verbale. *Età Evolutiva*, 54, 36-48.

VanLehn, K.(1989). Problem-solving ad cognitive skill acquisition. In M. Posner, (Ed.), *Foundations of cognitive science*, Cambridge, MA: MIT Press.